

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ АКАДЕМІКА
СТЕПАНА ДЕМ'ЯНЧУКА

Р.М.ЛІТНАРОВИЧ

НАУКОВА ШКОЛА МЕГУ

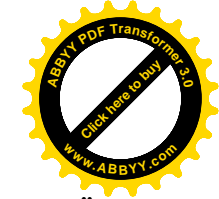
**КОНСТРУЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ
МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ**

МОНОГРАФІЇ МОЛОДИХ ВЧЕНИХ

КНИГА 21



Рівне, 2010



Наукова школа забезпечує переважаючий і проникливий інтелект, здатний до стійкої і довготривалої розумової концентрації. Розвиває живий і діяльний спосіб мислення, дає можливість порівняно легко вирішувати самі складні проблеми. Придає віру в свої сили, розсудливість, витримку, проникливість і дипломатичність. Робота проходить під символом **ПОНЯТЛИВОСТІ**.

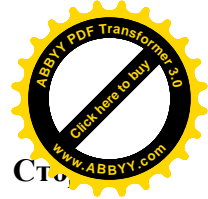
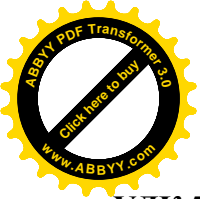
Молоді вчені розглядають існуючі ідеї, роздумують над ними, враховують і застосовують на практиці все те, що було поза увагою. Невдачі не лякають їх, тому що вони знають : Успіх приходить після проробки багатьох конкуруючих варіантів. Вони досягають мети і не піддаються сумнівам. Робота проходить під символом **ДОСЯГНЕННЯ**.

На основі результатів багаторічного науко-вого і педагогічного досвіду реалізована концепція автора про статус молодого вченого і наукової школи в цілому.

Представляються наукові праці молодих вчених факультету Кібернетики МЕГУ, створені у другому семестрі 2009-2010 навчального року на основі базових курсів: Вища освіта України і Болонський процес, Педагогіка вищої школи, Комп'ютерна алгебра, Основи наукових досліджень.

Для студентів і аспірантів факультету Кібернетики і Інституту педагогічної освіти МЕГУ, ВНЗ України.

© Літнарівч Р.М..



УДК 51-7:519.87

Літнарвич Р.М. Наукова школа МЕГУ. Конструювання і дослідження математичних моделей. Монографії молодих вчених. Книга 21. МЕГУ, Рівне, 2010.-348 с.

Litnarovich R. M. Scientific school IEGU. Constructing and research of mathematical models. Monographs of young scientists. Book 21. IEGU, Rivne, 2010.-348 p.

Рецензенти: В.Г.Бурачек, доктор технічних наук, професор
С.С. Парняков, доктор технічних наук, професор
В.О.Боровий, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕГУ

На основі методу статистичних випробувань МОНТЕ КАРЛО генеро-вані псевдовипадкові числа, які нормуються і приводяться до заданої середньої квадратичної похибки, на основі якої конструюються спотворені моделі.

Спотворені моделі зрівноважуються за способом найменших квадратів. Проводиться оцінка точності зрівноважених елементів. Набирається велика статистика і робляться узагальнюючі висновки. Вперше появляється унікальна нагода порівняти істинні і абсолютні похибки математичних моделей.

Хоча загальні теоретичні положення, приведені в кожній монографії уніфіковані і повторюються, однак всі обчислення кожної математичної моделі строго індивідуальні, що і забезпечує авторство молодого вченого за результатами проведених досліджень.

Для студентів, аспірантів і пошукувачів вчених степенів факультету Кібернетики МЕГУ.

On the basis of method of statistical tests of MONTE KARLO генеро-вані pseudocasual numbers, which are rationed and led to the set middle quadratic error which the distorted is constructed on the basis of models.

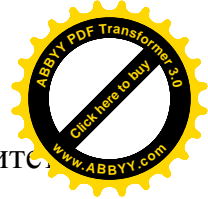
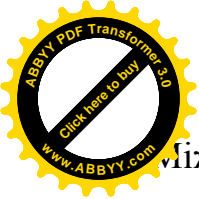
The distorted models are counterbalanced on the method of leastsquares. The estimation of exactness of the balanced elements is conducted. Takes a велика statistician and summarizings conclusions are done. Appears first unique case to compare the veritable and absolute errors of mathematical models.

Although theoretical generals, resulted in every monograph compatible and repetitive, however strictly individual all calculations of every mathematical model are, that provides authorship of young scientist as a result of the conducted researches.

For students, graduate students and bread-winners of scientists of degrees of faculty of Cybernetics, IEGU.

ЗМІСТ

1. Васкевич М.В. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН91М – 3.МЕГУ, Рівне,2010,-86 с.....1-86
2. Малюк В.Л. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН91М – 8.МЕГУ, Рівне,2010,-86 с.....1-86
3. Момоток С.В.. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН91М – 11.МЕГУ, Рівне,2010,-86 с.....1-86
- 4.Росоха С.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН91М – 19. МЕГУ, Рівне,2010,-86 с.....1-86



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

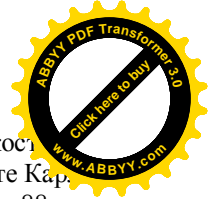
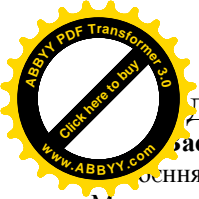
М. В. Васкевич

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ
МОДЕЛІ ЯКОСТІ ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ
ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М -3

**Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Літнорович**

Рівне 2010



ДК 519.876.5

Васкевич М. В.. Побудова і дослідження математичної моделі якості освоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН 91М-3. МЕНУ, Рівне, 2009, -88 с.

Vaskevych M. V. Construction and research of mathematical model of quality of mastering of base discipline by the method of statistical tests of Monte Carlo. Plural regressive analysis. Model of IN 91M -3. IEGU, Rivne, 2010 -86 p

Рецензент: С.В. Лісова, доктор педагогічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕНУ

На основі результатів педагогічного експерименту побудована математична модель залежності якості здачі екзамену у бальній системі по шкалі ECST (Y) і результатів анкетування студентів після здачі екзамену (X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8) у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується по способу найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів А множинної регресії апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки. Застосований метод статистичних випробувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.

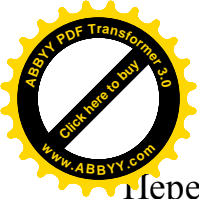
On the basis of results of pedagogical experiment the mathematical model of dependence of quality of handing over is built to examination in the ball system on the scale of ECST (Y) and results of questionnaire of students after handing over to examination (X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8) as multiple regression on the method of leastsquares.

Middle quadratic errors which over are brought to set rationed are generated in this work, the disfigured model is built, counterbalanced on the method of leastsquares. There are more credible values of coefficients And multiple regression of approximating mathematical model.

The estimation of exactness is done and summarizings are given conclusions. The method of statistical tests of Monte Karlo is applied enabled to conduct large-scale researches and collect large statistics.

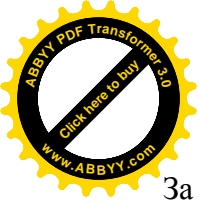
For students and graduate students of pedagogical institutes of higher.

© Васкевич М. В.



Зміст

Передмова.....	1
РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи.....	5
1.1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи.....	5
1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту	11
РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних	16
2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних.....	16
2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло.....	30
РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження	35
3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження.....	35
3.6. Контроль зрівноваження.....	37
3.7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.....	41
Висновки.....	60
Літературні джерела	62
Додатки.....	64



Передмова

За результатами педагогічного експерименту при дослідженні залежності якості здачі екзамену «У» у бальній системі по шкалі EST і відповідей студентів за результатами анкетування після здачі екзамену «X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8»

[2,3] побудована математична модель і виконаний детальний аналіз у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати педагогічного експерименту – екзаменаційні бали (Y_i) і відповіді студентів, які отримали той чи інший бал (X_i).

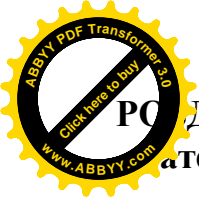
За цими даними була побудована математична модель у вигляді множинної регресії способом найменших квадратів. Дана модель приймалась за істинну модель.

Генерувались випадкові числа, знаходився коефіцієнт пропорційності K і дані випадкові числа приводилися до середньої квадратичної похибки 0,5 бала, на яку міг помилитися викладач .

Будується спотворена модель, яка зрівноважується по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.



РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

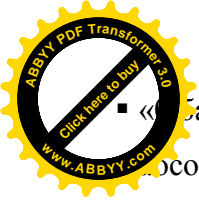
1.1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

Нехай, Y – екзаменаційна оцінка студента (від 0 до 100 балів за шкалою EST – результуюча ознака).

Досліджувані фактори:

- X_1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X_2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X_3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X_4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X_5 – зв'язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X_6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X_7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X_8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

X_1 – інтерес до вивчення дисципліни:



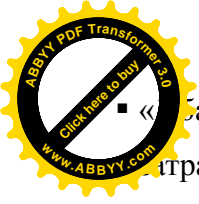
- «0 балів» – інтерес до вивчення дисципліни відсутній; «Важко зрозуміти, чому абсолютно відсутнє бажання вивчати дану дисципліну і оцінка на екзамені мене не цікавить».

- «1 бал» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку на екзамені «50-59 балів» – E;
- «2 бали» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку що відповідає шкалі EST D «60-75 балів»; «Пристойно, але зі значними недоліками»;
- «3 бали» – «Мені потрібна оцінка C «76-79 балів» для того, щоб була четвірка у виписці до диплому»;
- «4 бали» – інтерес до дисципліни високий, відповідає шкалі EST «80-89 балів» – «Дуже добре, вище середнього стандарту»;
- «5 балів» – підвищений інтерес; «Я бажаю внести свій внесок в дану дисципліну» – рівень творчості.

X2 – оцінка студентами роботи викладача: – відповідає традиційній екзаменаційній оцінці роботи студента «від 0 до 5 балів» з тією різницею, що оцінку роботи студента за семестр ставить викладач, а оцінку роботи викладача за семестр ставить студент.

X3 – складність вивчення дисципліни:

- «0 балів» – ніякої складності у вивченні даної дисципліни немає;

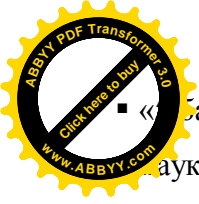


- «1 бал» – при вивченні даної дисципліни потрібні мінімальні витрати сил і часу;

- «2 бали» – до вивчення дисципліни необхідно прикласти деякі зусилля і час;
- «3 бали» – методика викладання дисципліни автоматично забезпечує добру оцінку на екзамені;
- «4 бали» – до вивчення дисципліни потрібна значна концентрація зусиль і часу;
- «5 балів» – максимальна концентрація зусиль і часу гарантує високу оцінку на екзамені.

Х4 – елементи наукового пошуку:

- «0 балів» – вся інформація при вивченні даної дисципліни добре представлена у рекомендованій літературі;
- «1 бал» – необхідно вести конспект лекцій, в якому висвітлюються матеріали, яких не можна почерпнути із відомих літературних джерел;
- «2 бали» – без конспекту лекцій неможливо проробляти практичні заняття;
- «3 бали» – на практичних роботах вирішуються задачі, які потребують творчого підходу і максимального використання комп'ютерної техніки;
- «4 бали» – максимальне використання теоретичного матеріалу лекційного курсу в поєднанні із максимальним використанням комп'ютерної техніки;



«0 балів» – написання власних монографій під керівництвом наукового керівника.

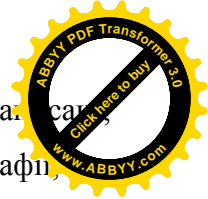
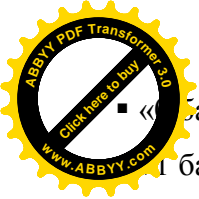
X5 – зв’язок зі спеціальністю:

- «0 балів» – «Я не можу відмітити зв’язку зі спеціальністю»;
- «1 бал» – зв’язок зі спеціальністю незначний»;
- «2 бали» – зв’язок зі спеціальністю помірний»;
- «3 бали» – зв’язок зі спеціальністю добрий»;
- «4 бали» – зв’язок зі спеціальністю високий»;
- «5 балів» – зв’язок зі спеціальністю повний».

X6, X7 – степінь самостійності в написанні монографії:

- «0 балів» – я не зміг завершити дослідження, щоб написати монографію»;
- «1 бал» – монографія не завершена»;
- «2 бали» – «Мені допомогли завершити роботу над монографією»»;
- «3 бали» – «Я сам написав монографію при консультації і наявності допоміжних матеріалів»»;
- «4 бали» – «Необхідні розрахункові файли створені мною особисто»»;
- «5 балів» – «Монографія написана, набрана на комп’ютері і видана при моїй же власній авторській редакції»».

X8 – оцінка студентами створеної наукової школи:

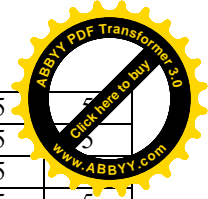
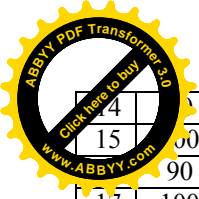


- «1 балів» – наукова школа не відбулась, монографії не написали;
- «1 бал» – 10 відсотків студентів написали власні монографії;
- «2 бали» – 25 відсотків студентів написали монографії;
- «3 бали» – 50 відсотків студентів написали монографії;
- «4 бали» – 75 відсотків студентів написали монографії;
- «5 балів» – 85 відсотків студентів написали монографії.

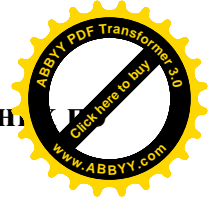
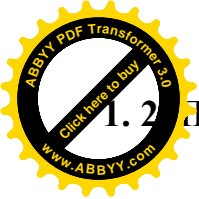
Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].

Таблиця 1.1.Зведена таблиця успішності по шкалі EST

№п.п	Екзаменаційна оцінка		Інтерес вивчення дисциплін	Оцінка викладачу	Трудність вивчення дисципліни	Елем.наук. пошуку	Зв'язок зі спец.	Оцінка моногр.1	Оцінка моногр.2	Оцінка Наук.школ.
	У	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5



14		1	5	5	3	5	5	5	5	
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	
	90	1	5	5	4	4	5	5	5	
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
Σ	3547	38	182	189	148	178	183	183	172	187



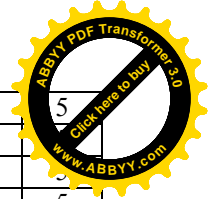
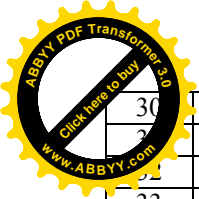
1.2

Представлення загальних статистичних даних результатам педагогічного експерименту

Представимо матрицю X коефіцієнтів початкових рівнянь

Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].

1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5



30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5

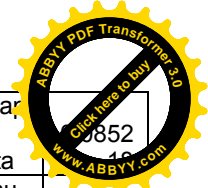
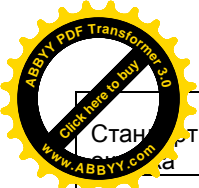
Приведемо описову статистику на 8 останніх стовпчиків матриці (значень X_1, X_2, \dots, X_8)

Відповіді студентів:

- стовпчик – Інтерес до вивчення дисципліни (X_1);
- стовпчик – Оцінка студентами роботи викладача (X_2);
- стовпчик – Трудність вивчення дисципліни (X_3);
- стовпчик – Елементи наукового пошуку (X_4);
- 5.стовпчик – Зв’язок зі спеціальністю (X_5);
- 6.стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 1 (X_6);
- 7.стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 2 (X_7);
- 8.стовпчик – Оцінка студентами роботи наукової школи в цілому (X_8).

Таблиця 1.2. Описова статистика

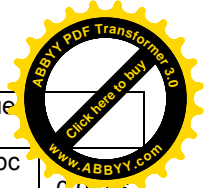
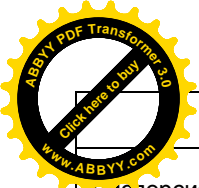
Столбец1	X1	Столбец2	X2	Столбец3	X3	Столбец4	X4
Среднее	4,7894 73684	Среднее	4,9736 84	Среднее	3,8947 37	Среднее	4,6842 11



Стандартная ошибка	0,0670 22583	Стандартная ошибка	0,0263 16	Стандартная ошибка	0,1450 44	Стандартная ошибка	0,0852 16
Медиана	5	Медиана	5	Медиана	4	Медиана	5
Мода	5	Мода	5	Мода	3	Мода	5
Стандартное отклонение	0,4131 5495	Стандартное отклонение	0,1622 21	Стандартное отклонение	0,8941 09	Стандартное отклонение	0,5253 19
Дисперсия выборки	0,1706 97013	Дисперсия выборки	0,0263 16	Дисперсия выборки	0,7994 31	Дисперсия выборки	0,2759 6
Эксцесс	0,1952 77778	Эксцесс	38	Эксцесс	1,2813 3	Эксцесс	1,1260 72
Асимметричность	- 1,4791 32976	Асимметричность	- 6,1644 14	Асимметричность	- 0,0245 44	Асимметричность	- 1,4031 7
Интервал	1	Интервал	1	Интервал	3	Интервал	2
Минимум	4	Минимум	4	Минимум	2	Минимум	3
Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5
Сумма	182	Сумма	189	Сумма	148	Сумма	178
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38
Наибольший (1)	5	Наибольший(1)	5	Наибольший(1)	5	Наибольший(1)	5
Наименьший (1)	4	Наименьший(1)	4	Наименьший(1)	2	Наименьший(1)	3
Уровень надежности(95,0%)	0,1358 00652	Уровень надежности(95,0%)	0,0533 21	Уровень надежности(95,0%)	0,2938 86	Уровень надежности(95,0%)	0,1726 68

Продовження таблиці

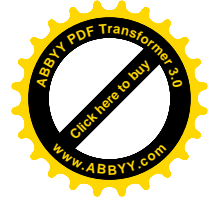
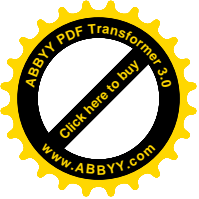
Столбец5	X5	Столбец6	X6	Столбец7	X7	Столбец8	X8
Среднее	4,8157 89	Среднее	4,8157 89	Среднее	4,5263 16	Среднее	4,9210 53
Стандартная ошибка	0,0637 3	Стандартная ошибка	0,1352 27	Стандартная ошибка	0,2222 89	Стандартная ошибка	0,0443 31
Медиана	5	Медиана	5	Медиана	5	Медиана	5
Мода	5	Мода	5	Мода	5	Мода	5
Стандартное отклонение	0,3928 59	Стандартное	0,8335 94	Стандартное	1,3702 8	Стандартное	0,2732 76



		отклоне ние		отклоне ние		отклоне ние	
Дисперсия выборки	0,1543 39	Дисперс ия выборки	0,6948 79	Дисперс ия выборки	1,8776 67	Дисперс ия выборки	0,045 8
Эксцесс	0,9256 09	Эксцесс	32,211 57	Эксцесс	8,1108 29	Эксцесс	9,0545 12
Асимметрич ность	- 1,6969 6	Асимме тричнос ть	- 5,5434	Асимме тричнос ть	- 3,0518	Асимме тричнос ть	- 3,2527 1
Интервал	1	Интерва л	5	Интерва л	5	Интерва л	1
Минимум	4	Миниму м	0	Миниму м	0	Миниму м	4
Максимум	5	Максиму м	5	Максиму м	5	Максиму м	5
Сумма	183	Сумма	183	Сумма	172	Сумма	187
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38
Наибольший (1)	5	Наиболь ший(1)	5	Наиболь ший(1)	5	Наиболь ший(1)	5
Наименьший (1)	4	Наимен ьший(1)	0	Наимен ьший(1)	0	Наимен ьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,1291 3	Уровень надежно сти(95,0 %)	0,2739 96	Уровень надежно сти(95,0 %)	0,4504	Уровень надежно сти(95,0 %)	0,0898 24

Таблица 1.3. Описова статистика результатів екзамену (оцінки по EST-вектор Y)

<i>СтолбецY</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	1,139162
Медиана	92,5
Мода	100
Стандартное отклонение	7,022267
Дисперсия выборки	49,31223
Эксцесс	-0,371058
Асимметричность	-0,668396
Интервал	23
Минимум	77
Максимум	100



Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	100
Наименьший(1)	77
Уровень надежности(95,0%)	2,308162

Забігаючи вперед, порівняємо статистику оцінок викладача (табл.1.3) з оцінками, виставленими студентам комп'ютером (табл.1.4)

Таблиця 1.4.Описова статистика результатів екзамену за оцінками комп'ютера

<i>Столбец1</i>	<i>Y'</i>
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,638385
Медиана	94,46056
Мода	94,46056
Стандартное отклонение	3,935271
Дисперсия выборки	15,48636
Эксцесс	4,247301
Асимметричность	-1,76384
Интервал	21,382
Минимум	80,67039
Максимум	102,0524
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,0524
Наименьший(1)	80,67039
Уровень надежности(95,0%)	1,293491

В подальшому приведемо теоретичні основи обробки експериментальних даних.

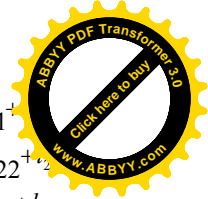
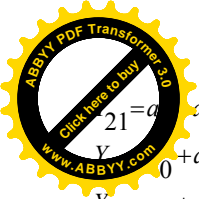


РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

2. 3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

Представимо n початкових рівнянь у вигляді [2]

$$\begin{aligned} Y_1 &= a_0 + a_1 X_{11} + a_2 X_{21} + a_3 X_{31} + a_4 X_{41} + a_5 X_{51} + a_6 X_{61} + a_7 X_{71} + a_8 X_{81} + l_1, \\ Y_2 &= a_0 + a_1 X_{12} + a_2 X_{22} + a_3 X_{32} + a_4 X_{42} + a_5 X_{52} + a_6 X_{62} + a_7 X_{72} + a_8 X_{82} + l_2, \\ Y_3 &= a_0 + a_1 X_{13} + a_2 X_{23} + a_3 X_{33} + a_4 X_{43} + a_5 X_{53} + a_6 X_{63} + a_7 X_{73} + a_8 X_{83} + l_3, \\ Y_4 &= a_0 + a_1 X_{14} + a_2 X_{24} + a_3 X_{34} + a_4 X_{44} + a_5 X_{54} + a_6 X_{64} + a_7 X_{74} + a_8 X_{84} + l_4, \\ Y_5 &= a_0 + a_1 X_{15} + a_2 X_{25} + a_3 X_{35} + a_4 X_{45} + a_5 X_{55} + a_6 X_{65} + a_7 X_{75} + a_8 X_{85} + l_5, \\ Y_6 &= a_0 + a_1 X_{16} + a_2 X_{26} + a_3 X_{36} + a_4 X_{46} + a_5 X_{56} + a_6 X_{66} + a_7 X_{76} + a_8 X_{86} + l_6, \\ Y_7 &= a_0 + a_1 X_{17} + a_2 X_{27} + a_3 X_{37} + a_4 X_{47} + a_5 X_{57} + a_6 X_{67} + a_7 X_{77} + a_8 X_{87} + l_7, \\ Y_8 &= a_0 + a_1 X_{18} + a_2 X_{28} + a_3 X_{38} + a_4 X_{48} + a_5 X_{58} + a_6 X_{68} + a_7 X_{78} + a_8 X_{88} + l_8, \\ Y_9 &= a_0 + a_1 X_{19} + a_2 X_{29} + a_3 X_{39} + a_4 X_{49} + a_5 X_{59} + a_6 X_{69} + a_7 X_{79} + a_8 X_{89} + l_9, \\ Y_{10} &= a_0 + a_1 X_{110} + a_2 X_{210} + a_3 X_{310} + a_4 X_{410} + a_5 X_{510} + a_6 X_{610} + a_7 X_{710} + a_8 X_{810} + l_{10}, \\ Y_{11} &= a_0 + a_1 X_{111} + a_2 X_{211} + a_3 X_{311} + a_4 X_{411} + a_5 X_{511} + a_6 X_{611} + a_7 X_{711} + a_8 X_{811} + l_{11}, \\ Y_{12} &= a_0 + a_1 X_{112} + a_2 X_{212} + a_3 X_{312} + a_4 X_{412} + a_5 X_{512} + a_6 X_{612} + a_7 X_{712} + a_8 X_{812} + l_{12}, \\ Y_{13} &= a_0 + a_1 X_{113} + a_2 X_{213} + a_3 X_{313} + a_4 X_{413} + a_5 X_{513} + a_6 X_{613} + a_7 X_{713} + a_8 X_{813} + l_{13}, \\ Y_{14} &= a_0 + a_1 X_{114} + a_2 X_{214} + a_3 X_{314} + a_4 X_{414} + a_5 X_{514} + a_6 X_{614} + a_7 X_{714} + a_8 X_{814} + l_{14}, \\ Y_{15} &= a_0 + a_1 X_{115} + a_2 X_{215} + a_3 X_{315} + a_4 X_{415} + a_5 X_{515} + a_6 X_{615} + a_7 X_{715} + a_8 X_{815} + l_{15}, \\ Y_{16} &= a_0 + a_1 X_{116} + a_2 X_{216} + a_3 X_{316} + a_4 X_{416} + a_5 X_{516} + a_6 X_{616} + a_7 X_{716} + a_8 X_{816} + l_{16}, \\ Y_{17} &= a_0 + a_1 X_{117} + a_2 X_{217} + a_3 X_{317} + a_4 X_{417} + a_5 X_{517} + a_6 X_{617} + a_7 X_{717} + a_8 X_{817} + l_{17}, \\ Y_{18} &= a_0 + a_1 X_{118} + a_2 X_{218} + a_3 X_{318} + a_4 X_{418} + a_5 X_{518} + a_6 X_{618} + a_7 X_{718} + a_8 X_{818} + l_{18}, \\ Y_{19} &= a_0 + a_1 X_{119} + a_2 X_{219} + a_3 X_{319} + a_4 X_{419} + a_5 X_{519} + a_6 X_{619} + a_7 X_{719} + a_8 X_{819} + l_{19}, \\ Y_{20} &= a_0 + a_1 X_{120} + a_2 X_{220} + a_3 X_{320} + a_4 X_{420} + a_5 X_{520} + a_6 X_{620} + a_7 X_{720} + a_8 X_{820} + l_{20}, \end{aligned} \quad (3.1)$$



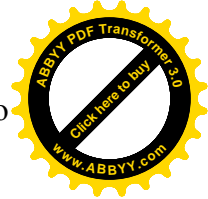
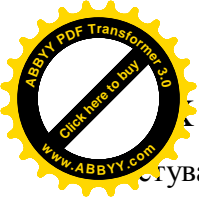
$$\begin{aligned}
Y_{21} &= a_0 + a_1 X_{121} + a_2 X_{221} + a_3 X_{321} + a_4 X_{421} + a_5 X_{521} + a_6 X_{621} + a_7 X_{721} + a_8 X_{821} + l_{21}, \\
Y_{22} &= a_0 + a_1 X_{122} + a_2 X_{222} + a_3 X_{322} + a_4 X_{422} + a_5 X_{522} + a_6 X_{622} + a_7 X_{722} + a_8 X_{822} + l_{22}, \\
Y_{23} &= a_0 + a_1 X_{123} + a_2 X_{223} + a_3 X_{323} + a_4 X_{423} + a_5 X_{523} + a_6 X_{623} + a_7 X_{723} + a_8 X_{823} + l_{23}, \\
Y_{24} &= a_0 + a_1 X_{124} + a_2 X_{224} + a_3 X_{324} + a_4 X_{424} + a_5 X_{524} + a_6 X_{624} + a_7 X_{724} + a_8 X_{824} + l_{24}, \\
Y_{25} &= a_0 + a_1 X_{125} + a_2 X_{225} + a_3 X_{325} + a_4 X_{425} + a_5 X_{525} + a_6 X_{625} + a_7 X_{725} + a_8 X_{825} + l_{25}, \\
Y_{26} &= a_0 + a_1 X_{126} + a_2 X_{226} + a_3 X_{326} + a_4 X_{426} + a_5 X_{526} + a_6 X_{626} + a_7 X_{726} + a_8 X_{826} + l_{26}, \\
Y_{27} &= a_0 + a_1 X_{127} + a_2 X_{227} + a_3 X_{327} + a_4 X_{427} + a_5 X_{527} + a_6 X_{627} + a_7 X_{727} + a_8 X_{827} + l_{27}, \\
Y_{28} &= a_0 + a_1 X_{128} + a_2 X_{228} + a_3 X_{328} + a_4 X_{428} + a_5 X_{528} + a_6 X_{628} + a_7 X_{728} + a_8 X_{828} + l_{28}, \\
Y_{29} &= a_0 + a_1 X_{129} + a_2 X_{229} + a_3 X_{329} + a_4 X_{429} + a_5 X_{529} + a_6 X_{629} + a_7 X_{729} + a_8 X_{829} + l_{29}, \\
Y_{30} &= a_0 + a_1 X_{130} + a_2 X_{230} + a_3 X_{330} + a_4 X_{430} + a_5 X_{530} + a_6 X_{630} + a_7 X_{730} + a_8 X_{830} + l_{30}, \\
Y_{31} &= a_0 + a_1 X_{131} + a_2 X_{231} + a_3 X_{331} + a_4 X_{431} + a_5 X_{531} + a_6 X_{631} + a_7 X_{731} + a_8 X_{831} + l_{31}, \\
Y_{32} &= a_0 + a_1 X_{132} + a_2 X_{232} + a_3 X_{332} + a_4 X_{432} + a_5 X_{532} + a_6 X_{632} + a_7 X_{732} + a_8 X_{832} + l_{32}, \\
Y_{33} &= a_0 + a_1 X_{133} + a_2 X_{233} + a_3 X_{333} + a_4 X_{433} + a_5 X_{533} + a_6 X_{633} + a_7 X_{733} + a_8 X_{833} + l_{33}, \\
Y_{34} &= a_0 + a_1 X_{134} + a_2 X_{234} + a_3 X_{334} + a_4 X_{434} + a_5 X_{534} + a_6 X_{634} + a_7 X_{734} + a_8 X_{834} + l_{34}, \\
Y_{35} &= a_0 + a_1 X_{135} + a_2 X_{235} + a_3 X_{335} + a_4 X_{435} + a_5 X_{535} + a_6 X_{635} + a_7 X_{735} + a_8 X_{835} + l_{35}, \\
Y_{36} &= a_0 + a_1 X_{136} + a_2 X_{236} + a_3 X_{336} + a_4 X_{436} + a_5 X_{536} + a_6 X_{636} + a_7 X_{736} + a_8 X_{836} + l_{36}, \\
Y_{37} &= a_0 + a_1 X_{137} + a_2 X_{237} + a_3 X_{337} + a_4 X_{437} + a_5 X_{537} + a_6 X_{637} + a_7 X_{737} + a_8 X_{837} + l_{37}, \\
Y_{38} &= a_0 + a_1 X_{138} + a_2 X_{238} + a_3 X_{338} + a_4 X_{438} + a_5 X_{538} + a_6 X_{638} + a_7 X_{738} + a_8 X_{838} + l_{38}.
\end{aligned}$$

Або в матричній формі $Y = Xa + l$, (3.2)

де Y – вектор-стовпець екзаменаційних оцінок по 100-бальній шкалі EST

$$(3.3)$$

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ Y_{38} \end{pmatrix}$$



– матриця експертних оцінок студентів проведеного дослідження після здачі екзамену

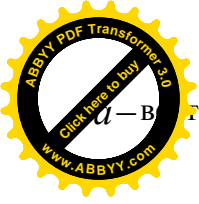
$$X = \begin{bmatrix} X_{01} & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{81} \\ X_{02} & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{82} \\ X_{03} & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{83} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{038} & X_{138} & X_{238} & X_{338} & \dots & X_{838} \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

X_0 – фіктивний фактор, всі значення якого дорівнюють одиниці.

Досліджувані фактори:

- X_1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X_2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X_3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X_4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X_5 – зв'язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X_6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X_7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X_8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

Другим індексом позначений номер студента в загальному списку. Всього в експерименті приймало участь 38 студентів.



тор-стовпець невідомих коефіцієнтів емпіричної форми

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \alpha_8 \end{bmatrix}$$

l – вектор-стовпець відхилень фактичних даних від розрахункових

$$l = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ l_{38} \end{bmatrix}$$

(3.6)

Так як

$$l = Y - Xa, \tag{3.7}$$

то функціонал Q буде

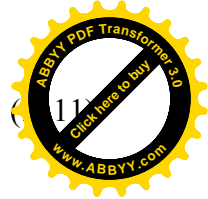
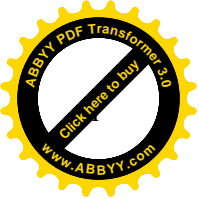
$$Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots a_8) = \sum_{i=1}^{38} l_i^2, \tag{3.8}$$

тобто

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = l^T l = [Y - [X]a]^T [Y - [X]a], \tag{3.9}$$

Або

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - Y^T [X]a - a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a, \tag{3.10}$$



$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - 2a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X] a .$$

Для функціонала $Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots a_8)$ в точці екстремуму виконується умова

$$\frac{dQ}{da^T} = 0. \tag{5.3.12}$$

З цієї умови отримаємо

$$\frac{dQ}{da^T} = -2[X]^T Y + 2[X]^T [X] a \Rightarrow [X]^T [X] a = [X]^T Y. \tag{3.13}$$

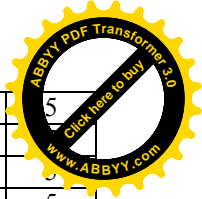
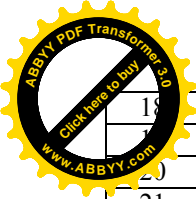
Домножуючи зліва останнє матричне рівняння на матрицю обернену матриці $[X]^T [X]$, отримаємо шуканий вектор a

$$a = \left[[X]^T [X] \right]^{-1} [X]^T Y, \tag{3.14}$$

де

$$[X]^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{138} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{238} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & \dots & X_{338} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{81} & X_{82} & X_{83} & \dots & X_{838} \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

В умовах нашого експерименту транспонована матриця початкових умовних рівнянь має вигляд



18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5

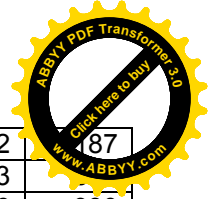
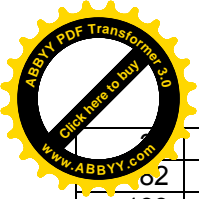
$$N = [X]^T X, \quad (3.17)$$

або

$$N = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{mi} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n X_{mi} & \sum_{i=1}^n X_{mi} X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{mi} X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{mi} X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi}^2 \end{bmatrix} \quad (5.3.18)$$

І в нашому випадку, ми отримали

Таблиця 3.3. Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N



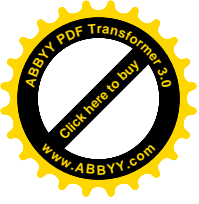
	182	189	148	178	183	183	172	187
82	878	906	708	854	881	880	833	87
189	906	941	737	886	911	910	856	930
148	708	737	606	695	713	712	674	729
178	854	886	695	844	860	855	803	877
183	881	911	713	860	887	885	838	902
183	880	910	712	855	885	907	855	905
172	833	856	674	803	838	855	848	851
187	897	930	729	877	902	905	851	923

Вектор вільних членів розраховується за формулою

$$\ell = [X]^T Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{138} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{238} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & \dots & X_{338} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{81} & X_{82} & X_{83} & \dots & X_{838} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \dots \\ Y_{38} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{38} Y_i \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{2i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{3i} \\ \dots \\ \sum_{j=1}^{38} Y_j X_{8j} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

При цьому вектор результуючих ознак

№п.п	.Екз.оц
	Y
1	100
2	90
3	90
4	100
5	89
6	89
7	95
8	100
9	90
10	89
11	100
12	80
13	89
14	90



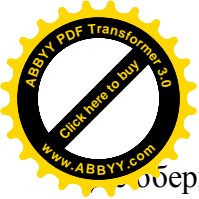
15	100
16	90
17	100
18	100
19	77
20	77
21	100
22	100
23	90
24	100
25	100
26	100
27	100
28	100
29	100
30	85
31	90
32	90
33	86
34	86
35	100
36	90
37	95
38	100
Σ	3547

І в нашому випадку вектор вільних членів

Таблиця 3.4. Вектор вільних членів нормальних рівнянь

3547
17023
17646
13821
16593
17098
17158
16237
17470

Представимо формулу (3.14) у вигляді



$$a = [N]^{-1} * l,$$

Обернена матриця до матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь

має вигляд

$$N^{-1} = \left[[X]^T [X] \right]^{-1}, \tag{3.21}$$

вектор вільних членів

$$l = [X]^T Y. \tag{5.3.22}$$

Обернену матрицю знаходимо в MS Excel за формулою

$$=МОБР(A54:I62). \tag{3.23}$$

В нашому випадку матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь знаходиться в діапазоні (A54:I62). Попередньо виділивши масив під обернену матрицю, натиском клавіш F2 , Ctrl + Shift + Enter , отримали

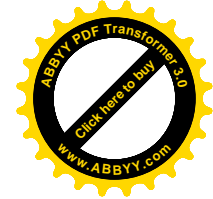
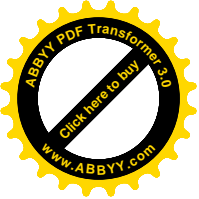
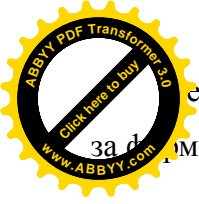


Таблица 3.5. Обернена матрица $Q=N^{-1}$

37,60993079	0,17429873	5,864444295	0,097911	0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,17429873	0,399089485	0,121236141	0,019524	0,0320383	0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
5,864444295	-0,12123614	1,319023213	-0,04679	-0,039853	0,142807802	0,009081906	0,018637	0,183033
0,097910912	0,0195237	0,046786832	0,037681	-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,09744857	0,032038288	-0,03985332	-0,00493	0,1412042	0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
0,307394507	-0,28479067	0,142807802	0,003788	-0,106927	0,551223037	0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,109580929	0,014785251	0,009081906	0,007933	0,0210523	0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,033235048	-0,01321701	0,018636552	-0,00678	0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
2,488659681	-0,07086638	0,183032862	-0,02198	-0,069307	0,043027119	0,110034524	0,014732	0,609304



перемноживши обернену матрицю на вектор вільних членів, за допомогою формулою (5.3.20) отримали

Таблиця 3.6. Вектор шуканих коефіцієнтів.

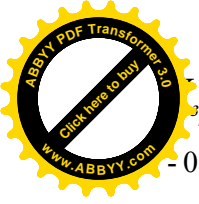
$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$

54,49228	a0
5,747557	a1
5,200595	a2
-0,07381	a3
-0,96701	a4
-6,97838	a5
0,037116	a6
2,585372	a7
2,43821	a8

Коефіцієнти емпіричної формули побудованої атематичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи розраховувались в MS Excel за формулою

$$=МУМНОЖ(A66:I74;K54:K62). \quad (3.24)$$

При цьому обернена матриця знаходилась в діапазоні (A66:I54), а вектор вільних членів розміщувався в діапазоні (K54:K62). Попередньо виділивши масив під вектор коефіцієнтів математичної моделі, натиском клавіш F2, Ctrl +Shift + Enter, отримали вище приведені значення, на основі чого представ-ляємо математичну модель базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи, яку приймаємо за істинну модель.

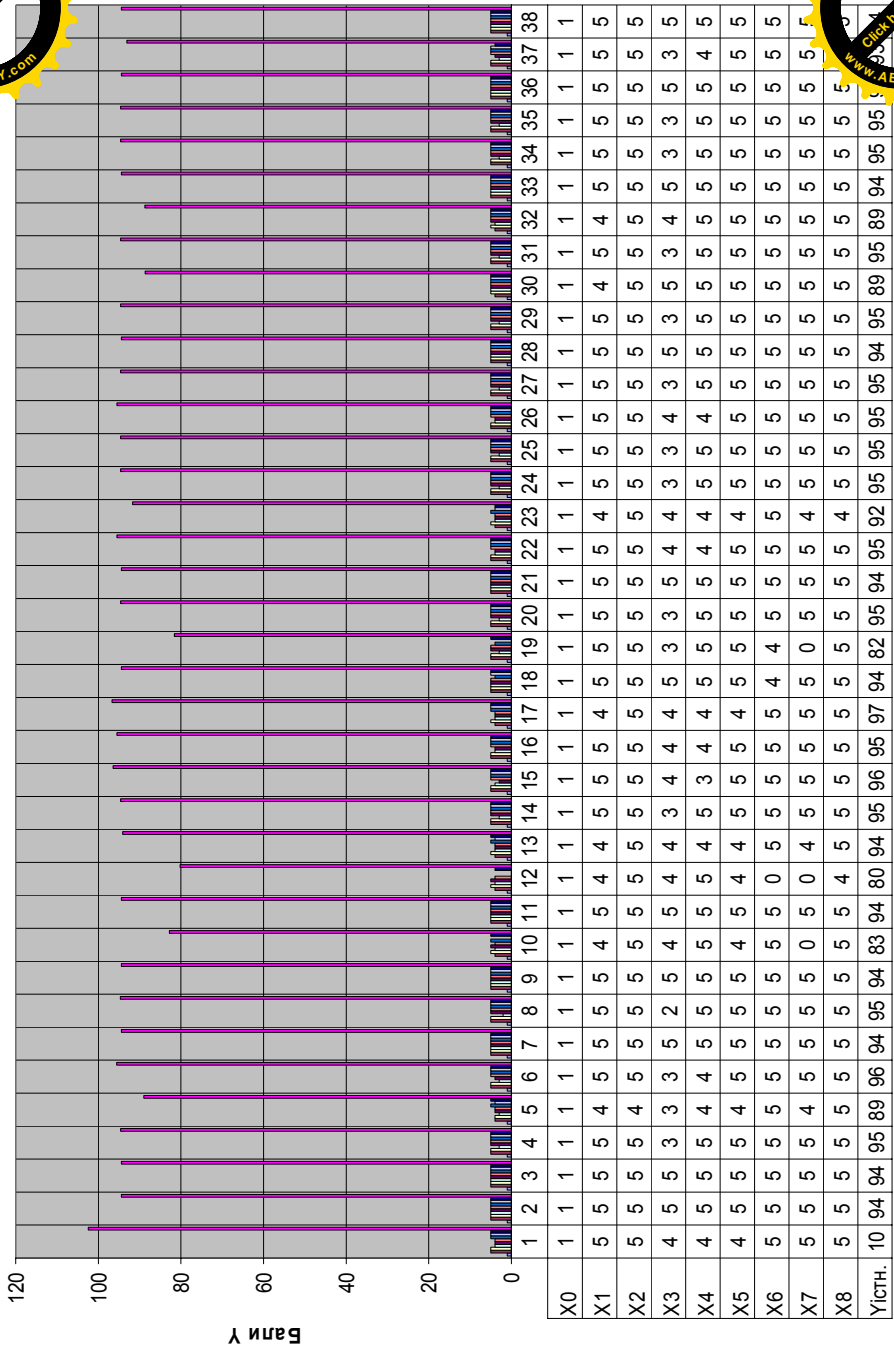
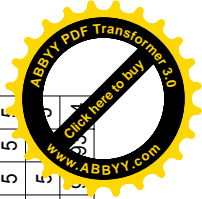
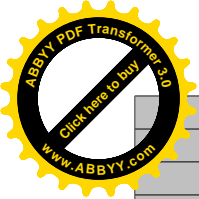


$$\begin{aligned} \tilde{\eta}_{0i} = & 54,49228X_0 + 5,747557X_1 + 5,200595X_2 - \\ & - 0,07381X_3 - 0,96701X_4 - 6,97838X_5 + \\ & + 0,037116X_6 + 2,585372X_7 + 2,43821X_8. \end{aligned} \quad (3.24)$$

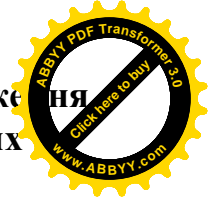
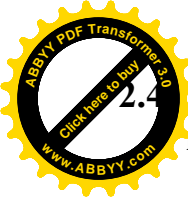


Побудувавши ймовірнішу модель по способу найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно побудувати спотворену математичну модель методом статистичних випробувань Монте Карло і зрівноважити її по способу найменших квадратів, виконавши повну оцінку точності зрівноважених елементів. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.

На діаграмі 1 приведена істинна модель, в яку в подальшому вводилися істинні похибки, будувалася спотворена модель, зрівноважувалась по способу найменших квадратів, аналізувалась і досліджувалась, що і було предметом досліджень даної монографії.



Експертні оцінки X



2.4 Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

При проведенні досліджень приймемо середню квадратичну похибку оцінки відповіді студента викладачем в 0,5 балів за шкалою EST.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,5 .

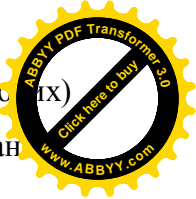
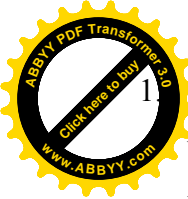
Користуючись таблицями псевдовипадкових чисел ряд років, ми прийшли до висновку, що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олегом Олександровичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича.

Але, приймаючи до уваги, що нам буде потрібно для кожної математичної моделі по 38 псевдовипадкових чисел, в даній роботі будемо генерувати псевдовипадкові числа за формулою

$$\xi = \text{СЛЧИС}() * 0,01 * N \quad , \quad (4.1)$$

де N – номер варіанту (дві останні цифри математичної моделі).

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.



1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ξ_i , розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ξ_{cp} .

$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n}, \quad (4.2)$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \quad (4.3)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гаусса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta'^2_i}{n}}, \quad (4.4)$$

4. Вичисляють коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m'_{\Delta'}}, \quad (4.5)$$

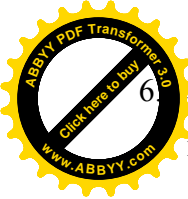
де C – необхідна нормована константа.

Так, наприклад, при $m_{\Delta'} = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357$, а при $C=0,05$, отримаємо $K_{0,05} = 0,05/0,28=0,178$.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K, \quad (4.6)$$



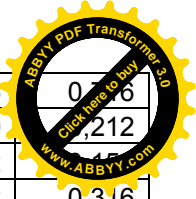
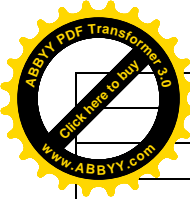
6. Значущим контролем служить розрахунок середнього квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок

$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta^2}{n}}, \quad (4.7)$$

і порівняння $m_{\Delta} = C$ (4.8)

Таблиця 4.1. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок

ξ числ ($\cdot 0,01 \cdot N$)	ξ середн.	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp.}$	$\Delta_i'^2$	$\Delta_i = k * \Delta'_i$	Δ_i^2
0,009	0,017	-0,008	0,000	-0,448	0,201
0,003	0,017	-0,014	0,000	-0,789	0,623
0,014	0,017	-0,003	0,000	-0,164	0,027
0,022	0,017	0,005	0,000	0,290	0,084
0,028	0,017	0,011	0,000	0,631	0,398
0,005	0,017	-0,012	0,000	-0,676	0,457
0,016	0,017	-0,001	0,000	-0,051	0,003
0,026	0,017	0,009	0,000	0,517	0,268
0,009	0,017	-0,008	0,000	-0,448	0,201
0,004	0,017	-0,013	0,000	-0,733	0,537
0,016	0,017	-0,001	0,000	-0,051	0,003
0,029	0,017	0,012	0,000	0,688	0,473
0,007	0,017	-0,010	0,000	-0,562	0,316
0,013	0,017	-0,004	0,000	-0,221	0,049
0,015	0,017	-0,002	0,000	-0,108	0,012
0,03	0,017	0,013	0,000	0,745	0,554
0,026	0,017	0,009	0,000	0,517	0,268
0,012	0,017	-0,005	0,000	-0,278	0,077
0,023	0,017	0,006	0,000	0,347	0,120
0,011	0,017	-0,006	0,000	-0,335	0,112
0,024	0,017	0,007	0,000	0,404	0,163
0,014	0,017	-0,003	0,000	-0,164	0,027
0,019	0,017	0,002	0,000	0,120	0,014
0,007	0,017	-0,010	0,000	-0,562	0,316
0,028	0,017	0,011	0,000	0,631	0,398
0,026	0,017	0,009	0,000	0,517	0,268



0,002	0,017	-0,015	0,000	-0,846	0,716
0,025	0,017	0,008	0,000	0,460	0,212
0,01	0,017	-0,007	0,000	-0,392	0,415
0,007	0,017	-0,010	0,000	-0,562	0,316
0,019	0,017	0,002	0,000	0,120	0,014
0,004	0,017	-0,013	0,000	-0,733	0,537
0,014	0,017	-0,003	0,000	-0,164	0,027
0,027	0,017	0,010	0,000	0,574	0,330
0,028	0,017	0,011	0,000	0,631	0,398
0,014	0,017	-0,003	0,000	-0,164	0,027
0,027	0,017	0,010	0,000	0,574	0,330
0,029	0,017	0,012	0,000	0,688	0,473
0,642	0,642	0,000	0,003	0,000	9,500

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{([\Delta_i^2]/n)}$$

$$0,008801284$$

Коефіцієнт пропорційності

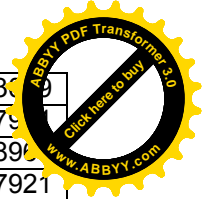
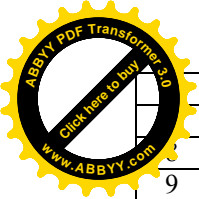
$$K = \frac{0,5}{0,008801284} = 56,809891.$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,5$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{9,500}{38}} = 0,5 .$$

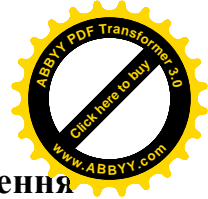
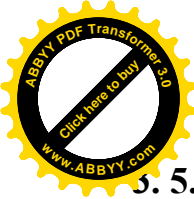
Таблиця 4.2. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$Y_{сномв.} = Y_{іст.} + \Delta_i$
	Екз.оцін.	$Y_{іст.} = X * A$		
2	100	102,4597125	0,726	102,01121
3	90	94,44050746	-0,498	93,65115
4	90	94,44050746	0,518	94,27606
5	100	94,58812998	0,455	94,87816



	89	89	0,686	89,63009
	89	95,55514436	-0,229	94,87909
	95	94,44050746	-0,347	94,38968
9	100	94,66194123	0,277	95,17921
10	90	94,44050746	-0,363	93,99201
11	89	82,81828264	-0,651	82,08573
12	100	94,44050746	-0,561	94,38968
13	80	80,19449082	0,671	80,88219
14	89	94,12678395	0,132	93,56467
15	90	94,58812998	-0,639	94,36687
16	100	96,44834749	-0,334	96,34071
17	90	95,48133311	-0,015	96,22584
18	100	96,71215568	-0,601	97,22942
19	100	94,40339101	-0,801	94,12532
20	77	81,62415487	-0,295	81,97099
21	77	94,58812998	-0,614	94,25325
22	100	94,44050746	-0,109	94,84416
23	100	95,48133311	0,738	95,31688
24	90	91,68857438	-0,572	91,80817
25	100	94,58812998	-0,422	94,02601
26	100	94,58812998	0,522	95,21902
27	100	95,48133311	0,553	95,99860
28	100	94,58812998	0,309	93,74196
29	100	94,44050746	-0,181	94,90097
30	100	94,58812998	0,694	94,19644
31	85	88,69295063	0,139	88,13083
32	90	94,58812998	0,358	94,70773
33	90	88,76676189	-0,627	88,03421
34	86	94,44050746	0,674	94,27606
35	86	94,58812998	0,309	95,16221
36	100	94,58812998	-0,587	95,21902
37	90	94,44050746	-0,059	94,27606
38	95	93,11693479	0,024	93,69101
39	100	94,44050746	0,719	95,12821
Σ	3547	3547	0,000	3547,00000

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.



РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження

3. 5. Реалізація процедури строгого зрівноваження

За формулою (3.19) отримаємо вектор вільних членів нормальних рівнянь
 $=\text{МУМНОЖ}(A46:AL54;AI2:AI39) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter (5.1)}$

$L' = X_T * U_{\text{спт.}}$
3547
17023,63388
17645,36911
13818,07878
16591,96247
17097,78771
17154,49274
16235,30168
17468,61862
Вектор вільних членів

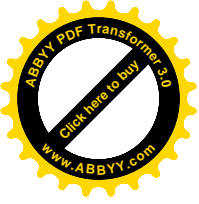
Вектор коефіцієнтів математичної моделі ,побудованої в даній монографії, отримаємо за формулою

$$A' = QL', \quad (5.2)$$

І в нашому випадку

$=\text{МУМНОЖ}(A68:I76;R68:R76) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter (5.3)}$

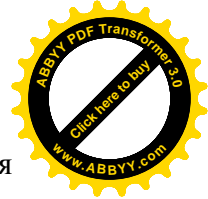
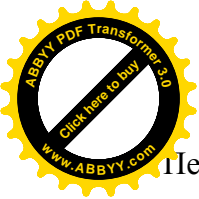
$A' = Q * L'$	
60,847204	a0
6,115686	a1
4,247294	a2
-0,123635	a3
-1,031474	a4
-6,949229	a5



-0,097205	a6
2,600011	a7
1,942293	a8
Вектор коефіцієнтів зрівноваженої моделі	

Таким чином, на основі проведених нами досліджень, отримана емпірична формула математичної моделі якості базової дисципліни в рамках наукової школи

$$Y_{\text{моделі}}' = 60,847204X_0 + 6,115686X_1 + 4,247294X_2 - 0,123635X_3 - 1,031474X_4 - 6,949229X_5 + -0,097205X_6 + 2,600011X_7 + 1,942293X_8. \quad (5.4)$$



3. 6. Контроль зрівноваження

Перший контроль виконання процедури зрівноваження виконується за формулою

$$L' = N * A' \tag{6.1}$$

або для нашого розрахункового файла

$$= \text{МУМНОЖ}(\text{A57:I65}; \text{T68:T76}) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter (6.2)}$$

І в нашому випадку

L'=N*A'
3547,000
17023,634
17645,369
13818,079
16591,962
17097,788
17154,493
16235,302
17468,619
Контроль1

Другий контроль процедури зрівноваження виконується за формулою

$$[YY] - a_0[Y] - a_1[YX_1] - a_2[YX_2] - a_3[YX_3] - a_4[YX_4] - a_5[YX_5] - a_6[YX_6] - a_7[YX_7] - a_8[YX_8] = [VV] \tag{6.3}$$

У формулі (6.3) символом [] позначені суми за Гаусом.

Розрахунок був проведений в MS Excel за формулою



ГУМНОЖ(ТРАНСП(Т68:Т76);R68:R76))F2,Ctrl+Shift+Enter

В чарунку S40 знаходилася сума квадратів [YY], в діапазоні (Т68:Т76) знаходилися значення $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$, в діапазоні (R68:R76) знаходилися вільні члени нормальних рівнянь.

В матричній формі запис формули контролю зрівноваження буде

$$[Y^T Y] - \ell K^T = [V^T V] \tag{6.5}$$

В нашому випадку отримали

$$\begin{cases} [Y^T Y] - \ell K^T = 7,3276983, \\ [V^T V] = 7,327698. \end{cases}$$

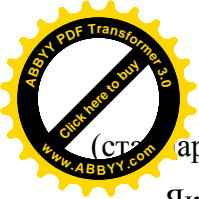
Різниця між даними числами склала -0.0000001 , що говорить про коректність процедури зрівноваження в цілому.

Третім контролем процедури зрівноваження був розрахунок за формулою

=ЛИНЕЙН(R2:R39;H2:P39;1;1) F2,Ctrl+Shift+Enter..(6.6)

Діапазоном (R2:R39) відмічені екзаменаційні оцінки $Y_{сп}$, діапазоном (H2:P39) відмічені результати експертних оцінок студентів.

В строчці (1) приведені коефіцієнти моделі, які повністю співпадають з відповідними коефіцієнтами в отриманій нами формулі (3.24) математичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи .



другий строчці приведені середні квадратичні п (середні частини) даних коефіцієнтів.

Як видно із табл.6.1 , лише для коефіцієнтів $a_8, a_7, a_5, a_4, a_2, a_1$ і a_0 середні квадратичні похибки менші самих коефіцієнтів.

Таблиця 6.1. Другий контроль процедури зрівноваження

a8	a7	a6	a5		
1,942292752	2,600010597	-0,09720516	-6,949228787	$=a_i$	A"трансп
0,392375378	0,089390845	0,14774339	0,373205877	стандарт S	$a_i = S \sqrt{d_{ii}}$
0,988528839	0,502672115	#N/A	#N/A	R^2	μ
312,3848678	29	#N/A	#N/A	Fкритерій	n-m-1
631,4654049	7,32769839	#N/A	#N/A	$[(Y' - Y_{cp})^2]$	[VV]
a8	a7	a6	a5		

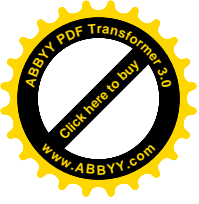
Продовження таблиці 6.1.

a 4	a 3	a 2	a 1	a 0		
-1,031474	-0,123635	4,24729403	6,115686	60,847204	$=a_i$	A"трансп
0,18889	0,097577	0,57731257	0,317556	3,0827341	стандарт S	$a_i = S \sqrt{d_{ii}}$
#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	R^2	μ
#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	Fкритерій	n-m-1
#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	$[(Y' - Y_{cp})^2]$	[VV]
a 4	a 3	a 2	a 1	a 0		

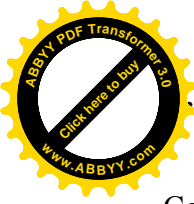
Розраховуючи зрівноважені значення \tilde{Y} , отримали

Таблиця 6.2.Зрівноважені значення Y'

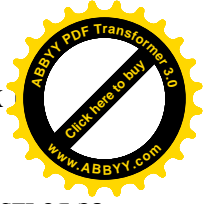
Y'=X*A'	V=Y'-Ycpт	VV
102,4702444	0,45903	0,210709
94,36590656	0,71476	0,510878
94,36590656	0,08985	0,008073
94,61317706	-0,26498	0,070216
89,63088879	0,00000	1,1E-21
95,64465082	0,76525	0,5856
94,36590656	-0,02377	0,000565
94,73681231	-0,44240	0,195716
94,36590656	0,37390	0,1398
82,32303141	0,23730	0,05631
94,36590656	-0,02377	0,000565
80,86676447	-0,01543	0,000238



93,75454757	0,18988	0,036055
94,61317706	0,24631	0,060667
96,55248934	0,21178	0,044851
95,52101558	-0,70483	0,49678
96,35455817	-0,87487	0,765391
94,46311172	0,33779	0,114102
81,71032923	-0,26066	0,067946
94,61317706	0,35993	0,129547
94,36590656	-0,47825	0,228723
95,52101558	0,20413	0,04167
91,81225482	0,00408	1,67E-05
94,61317706	0,58717	0,344764
94,61317706	-0,60584	0,367044
95,52101558	-0,47759	0,228089
94,61317706	0,87122	0,759016
94,36590656	-0,53506	0,286289
94,61317706	0,41674	0,173669
88,25022037	0,11939	0,014254
94,61317706	-0,09455	0,00894
88,37385561	0,33964	0,115357
94,36590656	0,08985	0,008073
94,61317706	-0,54903	0,301436
94,61317706	-0,60584	0,367044
94,36590656	0,08985	0,008073
93,70235807	0,01134	0,000129
94,36590656	-0,76230	0,581101
3547	9,37E-10	7,327698



7. Оцінка точності параметрів, отриманих рішення системи нормальних рівнянь



Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} \quad (7.1)$$

У формулі (7.1) n - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n = 38$; $K = 9$. V - різниця між вирахованим значенням y' і вихідним значенням y_i

$$V_i = y'_i - y_i \quad (7.2)$$

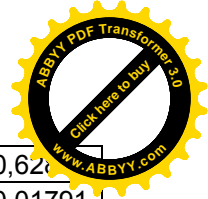
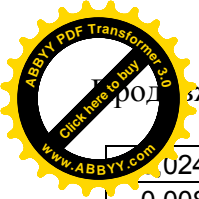
Підставляючи у виведену нами, формулу (5.4) значення X початкових рівнянь отримаємо розрахункові значення y' , які будуть дещо відрізнятись від вихідних значень $Y_{\text{истн.}}$.

Середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами наших досліджень

$$\mu = \sqrt{(7,327698/29)} = 0,502672$$

Коваріаційна матриця $K = N^{-1} \mu^2$

9,503249286	0,044041673	-1,481823415	0,02474
0,044041673	0,100841634	-0,030633858	0,004933
-1,481823415	-0,03063386	0,333289803	-0,01182
0,024740056	0,004933234	-0,011822062	0,009521
0,024623232	0,008095411	-0,010070107	-0,00124
0,077672215	-0,07196069	-0,036084569	0,000957
0,027688828	0,003735926	-0,002294809	0,002004
0,008397807	-0,00333967	0,00470907	-0,00171
-0,628832674	-0,01790646	0,046248607	-0,00555
X0	X1	X2	X3



Продовження ковариаційної матриці $K=N^{-1}\mu^2$

0,0246232	0,077672215	0,027688828	0,008398	-0,62
0,0080954	-0,071960694	0,003735926	-0,00334	-0,01791
-0,01007	-0,036084569	-0,002294809	0,004709	0,046249
-0,001244	0,000957097	0,002004441	-0,00171	-0,00555
0,0356794	-0,027018314	0,005319473	0,003332	-0,01751
-0,027018	0,139282626	-0,00090013	-0,00964	-0,01087
0,0053195	-0,00090013	0,02182811	-0,00682	-0,0278
0,0033323	-0,009639688	-0,006816834	0,007991	0,003722
-0,017512	-0,01087206	-0,027803441	0,003722	0,153958
X4	X5	X6	X7	X8

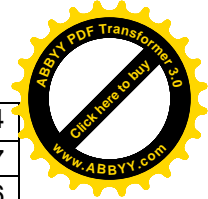
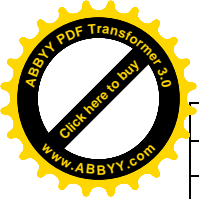
Кореляційна матриця факторних ознак R

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці факторних ознак R

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8
0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683
0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
1	0,306225931	0,486201	0,364366
0,306225931	1	0,631377	0,527649
0,486201157	0,631376931	1	0,330486
0,364366275	0,527648579	0,330486	1
X5	X6	X7	X8

Обернена кореляційна матриця $Z=1/R$



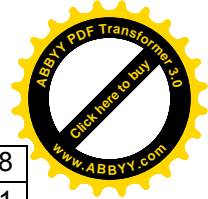
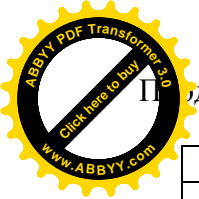
	1	2	3	4
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488
8	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці $Z=1/R$

	5	6	7	8
	-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604
	-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221
	0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873
	-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813
	3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092
	-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744
	-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115
	-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603
	X5	X6	X7	X8

Частинні коефіцієнти кореляції $r_{ij} = z_{ij}/\sqrt{(z_{ii} \cdot z_{jj})}$

	1	2	3	4
1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616
2	-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345
3	0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285
	X1	X2	X3	X4



Продовження матриці

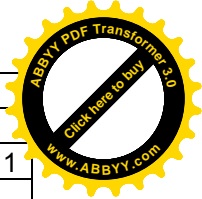
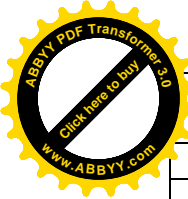
	5	6	7	8
	-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371
	-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167
	0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
	-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
	1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424
	-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961
	-0,288949188	-0,51615674	1	0,10613
	-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1
	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
 $R(Y_{\text{сповт.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,566005136	1		
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1	
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	-0,035077255
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671

Продовження кореляційної матриці
 $R(Y_{\text{сповт.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
1				
0,36039265	1			



-0,140922936	0,304486	1		
-0,107266457	0,483982	0,63073	1	
0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
X4	X5	X6	X7	X8

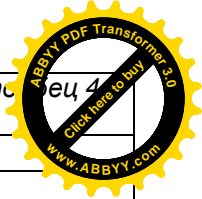
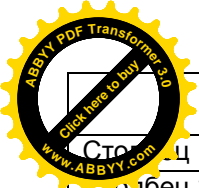
Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
 $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, Y'_{\text{зрівн.}})$

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,31835727	1		
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1	
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці
 $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, Y'_{\text{зрівн.}})$

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
1				
0,306225931	1			
0,486201157	0,631377	1		
0,364366275	0,527649	0,330486	1	
0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X5	X6	X7	X8	Y'зрівн.

Кореляційна матриця істинної моделі
 $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, Y_{\text{істн.}})$



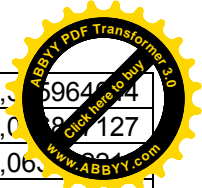
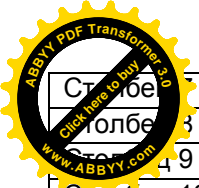
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#DIV/0!	1		
Столбец 3	#DIV/0!	0,3183573	1	
Столбец 4	#DIV/0!	-0,061611	0,166722763	1
Столбец 5	#DIV/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282
Столбец 6	#DIV/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226
Столбец 7	#DIV/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455
Столбец 8	#DIV/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639
Столбец 9	#DIV/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513
Столбец 10	#DIV/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245
		X1	X2	X3

Продовження кореляційної матриці істинної моделі

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,365309	1				
-0,13643	0,306226	1			
-0,10078	0,486201	0,631377	1		
0,198175	0,364366	0,527649	0,330485672	1	
-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581165	0,357617	1
X4	X5	X6	X7	X8	Үістн.

Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#DIV/0!	1		
Столбец 3	0,323592401	#DIV/0!	1	
Столбец 4	0,103017993	#DIV/0!	0,3183573	1
Столбец 5	0,027413357	#DIV/0!	-0,061611	0,166722763
Столбец 6	-0,160412227	#DIV/0!	0,1835129	0,216998446



Столбец 5	0,16061577	#DIV/0!	0,7536904	0,5964014
Столбец 6	0,352719734	#DIV/0!	0,2767272	-0,0819127
Столбец 7	0,511634281	#DIV/0!	0,439704	0,063381
Столбец 10	0,211627189	#DIV/0!	0,3275692	-0,048131095
	Уекзам.	X0	X1	X2

Продовження кореляційної матриці результатів екзамену

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,099941282	1				
0,020248226	0,365309	1			
-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330485672	1
X3	X4	X5	X6	X7	X8

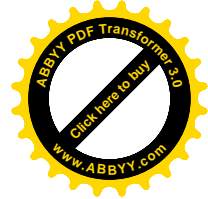
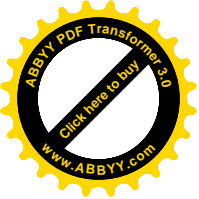
Оберненими вагами встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі будуть діагональні елементи оберненої матриці Q.

Середні квадратичні похибки коефіцієнтів розраховують за формулою

$$m_a = \mu \sqrt{Q_{I=J}}, \quad (7.3)$$

Таблиця 7.1. Обернені ваги встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі і їх середні квадратичні похибки

	1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma
a0	37,60993	6,1326936	3,082734
a1	0,399089	0,6317353	0,317556
a2	1,319023	1,14848736	0,577313



a3	0,037681	0,19411615	0,097577
a4	0,141204	0,37577152	0,18889
a5	0,551223	0,74244396	0,373206
a6	0,086387	0,29391603	0,147743
a7	0,031624	0,17783132	0,089391
a8	0,609304	0,78057916	0,392375

Значимість коефіцієнтів встановлюється за формулою

$$t_a = a / m_a , \quad (7.4)$$

і в нашому випадку отримаємо

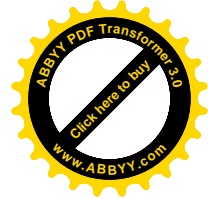
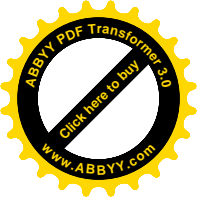
	t=a/ma	
a0	19,73806	
a1	19,25862	Інтерес
a2	7,357009	Роб.викл.
a3	1,267056	Трудність
a4	5,460715	Наук.пош.
a5	18,62036	Зв'яз.спец
a6	0,657932	Моногр.1
a7	29,08587	Моногр.2
a8	4,950088	Наук.школ
	Значимість	

Для коефіцієнтів регресії $a_0, a_1, a_2, a_4, a_5, a_7, a_8$ $t > t(0,05;30)$, тобто коефіцієнти регресії статистично значимі, а значить і сама математична модель адекватно описує якість засвоєння дисципліни.

Коефіцієнти a_3, a_6 незначимі і їх можна виключити з розгляду.

Згідно таблиці 6.1 коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,98853$, тобто маємо дуже тісну кореляцію з моделлю.

За критерієм Фішера-Снедекора ми отримали



	F0,05;8;29	2,278251
F=	312,38487	F>Fтабл.

Оскільки $F > F(0.05; 8; 29)$, тобто $(312,38487 > 2,278)$, то згідно критерію Фішера з надійністю $P=0,95$ математичну модель

$$Y' = 60,847204X_0 + 6,115686X_1 + 4,247294X_2 - 0,123635X_3 - 1,031474X_4 - 6,949229X_5 + 0,097205X_6 + 2,600011X_7 + 1,942293X_8.$$

можна вважати адекватною експериментальним даним і на підставі прийнятої моделі можна проводити педагогічний аналіз.

Знайдемо значення оберненої ваги зрівноваженої функції $1/P_\varphi$ за Формулою

$$\frac{1}{P_\varphi} = \varphi Q \varphi^T \quad (7.5)$$

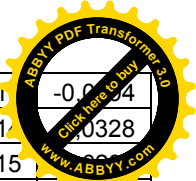
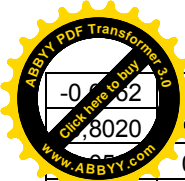
Для цього попередньо перемножимо матриці

$$Q' = XN^{-1}, \quad (7.6)$$

=МУМНОЖ(Н2:P39;A68:I76) F2, Ctrl+Shift+Enter. (7.7)

Допоміжна матриця Q'

-0,5590	0,2842	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4620	-0,0133	0,0303	0,1049
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
5,0000	0,0000	-1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-0,3495	-0,0202	0,0736	-0,0303	-0,1016	0,0855	-0,0248	-0,0011	0,0839
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,3500	-0,0076	0,0805	-0,0729	0,0446	-0,0252	-0,0117	0,0189	0,0365

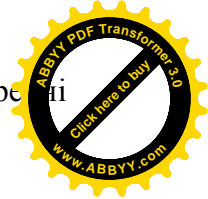
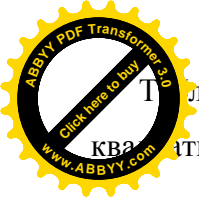


-0,0002	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
0,8020	0,0168	0,1578	0,0131	0,0437	-0,0933	0,1278	-0,1011	0,0328
0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294	0,0328
1,1387	-0,0199	0,0202	-0,0046	0,0077	-0,0325	-0,1941	0,0187	-0,0263
-0,7665	-0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0448	-0,1390	-0,0011	0,0119	0,1611
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3491	-0,0327	0,0667	0,0124	-0,2477	0,1962	-0,0380	-0,0211	0,1312
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1065	0,0893	-0,0169	-0,0079	0,0619
-0,7333	-0,1149	0,2909	-0,0159	-0,0316	-0,1772	-0,0281	0,0435	0,1758
-0,1658	0,0361	-0,0507	0,0323	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0806
-0,5278	0,0632	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1729	0,0447	-0,1191	0,0509
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1065	0,0893	-0,0169	-0,0079	0,0619
1,7221	-0,0308	0,0892	0,0129	0,0245	-0,0960	0,1089	-0,0029	-0,4483
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1065	0,0893	-0,0169	-0,0079	0,0619
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2305	-0,3482	0,0614	0,0207	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0415
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3285	-0,3677	0,1082	-0,0170	0,0027	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
2,1391	0,0507	-0,1094	-0,0083	-0,0322	0,1285	0,0852	-0,0158	-0,5254
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294

Обернену вагу $1/P_{\phi}$ знаходимо порядковим множенням

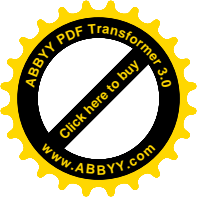
$$= \text{МУМНОЖ}(W2:AE2;A46:A54) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter}, \quad (7.8)$$

де першою строчкою (W2:AE2) буде перша строчка матриці Q',
стовпчиком (A46:A54) ,буде перший стовпчик транспонованої
матриці X^T .

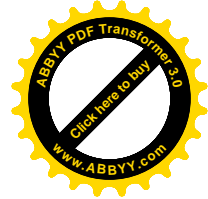


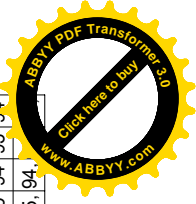
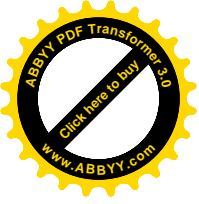
Таблиця 7.2. Обернені ваги зрівноваженої функції і її середні значення та стандартні похибки

$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,351045
0,08594	0,293155	0,147361
0,08594	0,293155	0,147361
0,075925	0,275546	0,138509
1	1	0,502672
0,13783	0,371254	0,186619
0,08594	0,293155	0,147361
0,183961	0,428907	0,2156
0,08594	0,293155	0,147361
0,62038	0,787642	0,395926
0,08594	0,293155	0,147361
0,945212	0,97222	0,488708
0,263131	0,512963	0,257852
0,075925	0,275546	0,138509
0,469169	0,684959	0,34431
0,115006	0,339126	0,170469
0,318474	0,564335	0,283675
0,148166	0,384923	0,19349
0,569883	0,754906	0,37947
0,075925	0,275546	0,138509
0,08594	0,293155	0,147361
0,115006	0,339126	0,170469
0,550332	0,741844	0,372904
0,075925	0,275546	0,138509
0,075925	0,275546	0,138509
0,115006	0,339126	0,170469
0,075925	0,275546	0,138509
0,08594	0,293155	0,147361
0,075925	0,275546	0,138509
0,383167	0,619005	0,311156
0,075925	0,275546	0,138509
0,379526	0,616057	0,309675
0,08594	0,293155	0,147361
0,075925	0,275546	0,138509

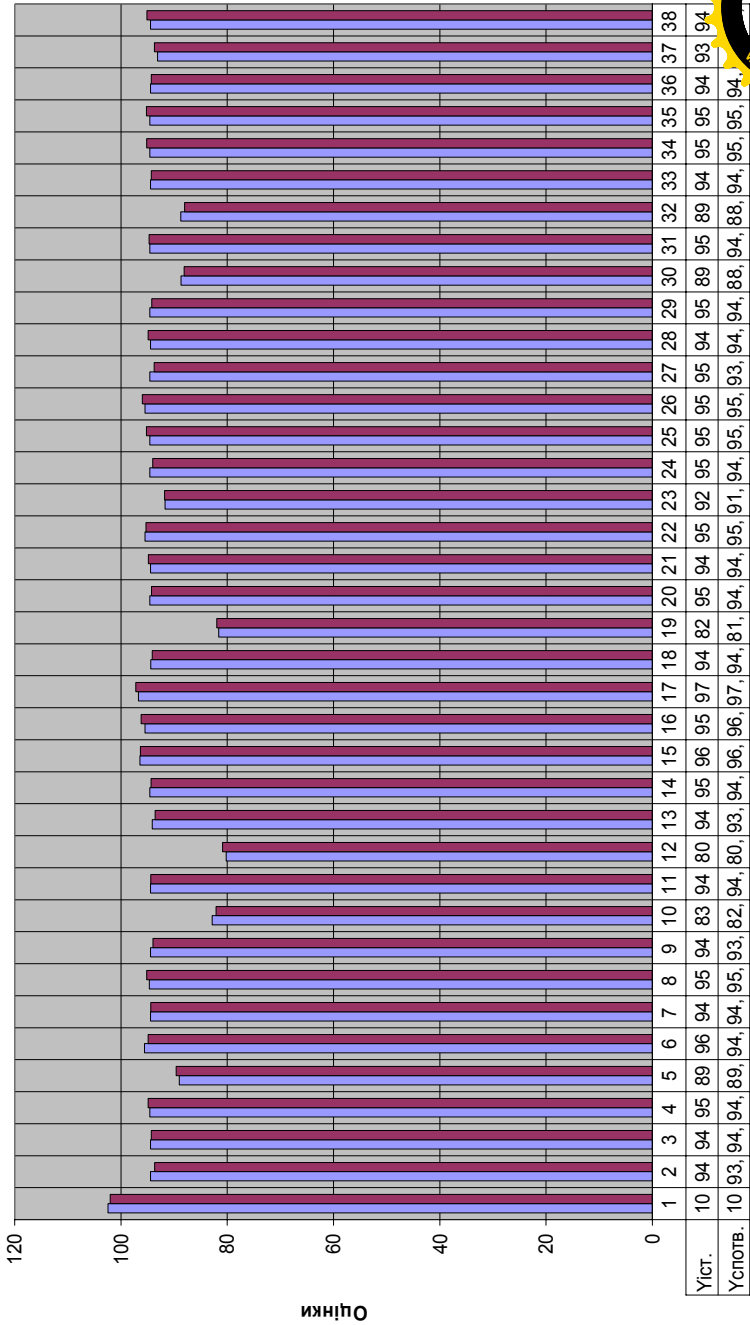


0,075925	0,275546	0,138509
0,08594	0,293155	0,147361
0,579391	0,761177	0,382623
0,08594	0,293155	0,147361

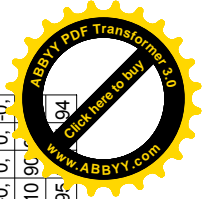
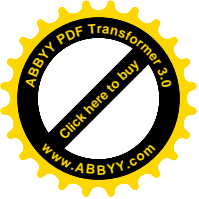




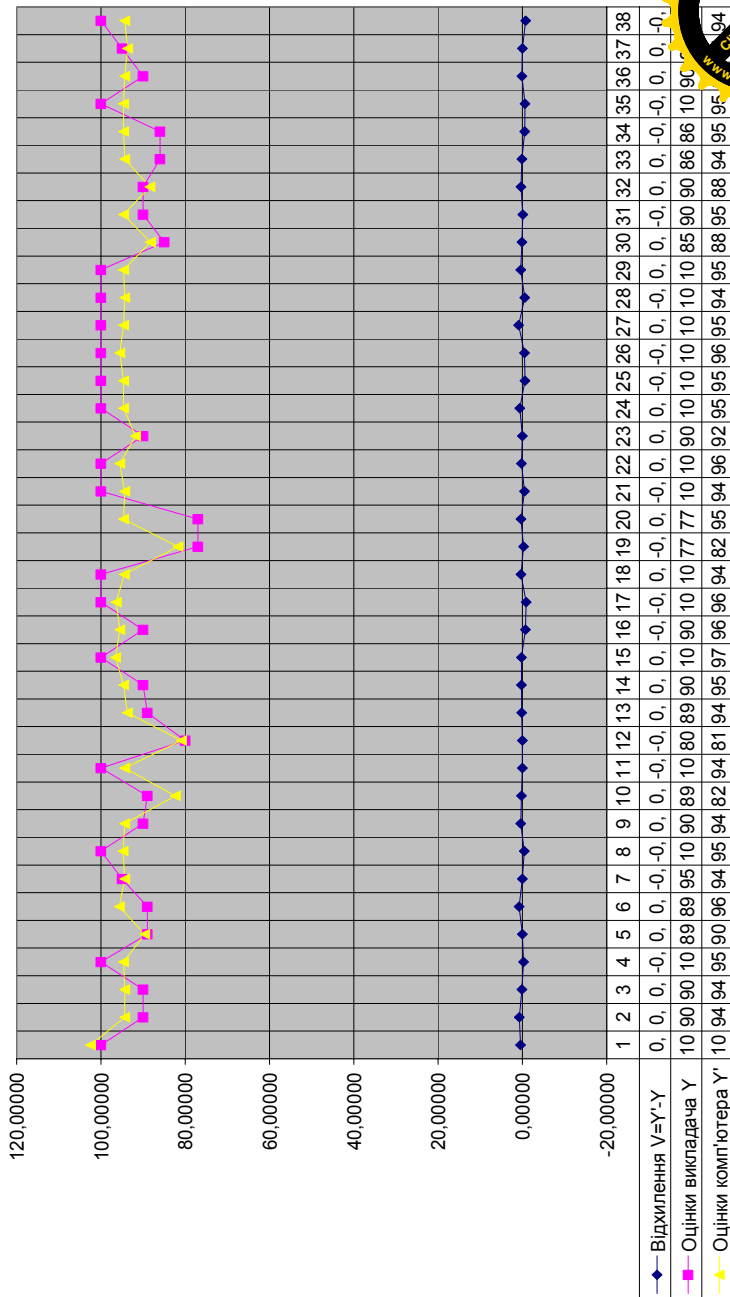
Істинна і спотворена моделі



Екзаменуємі



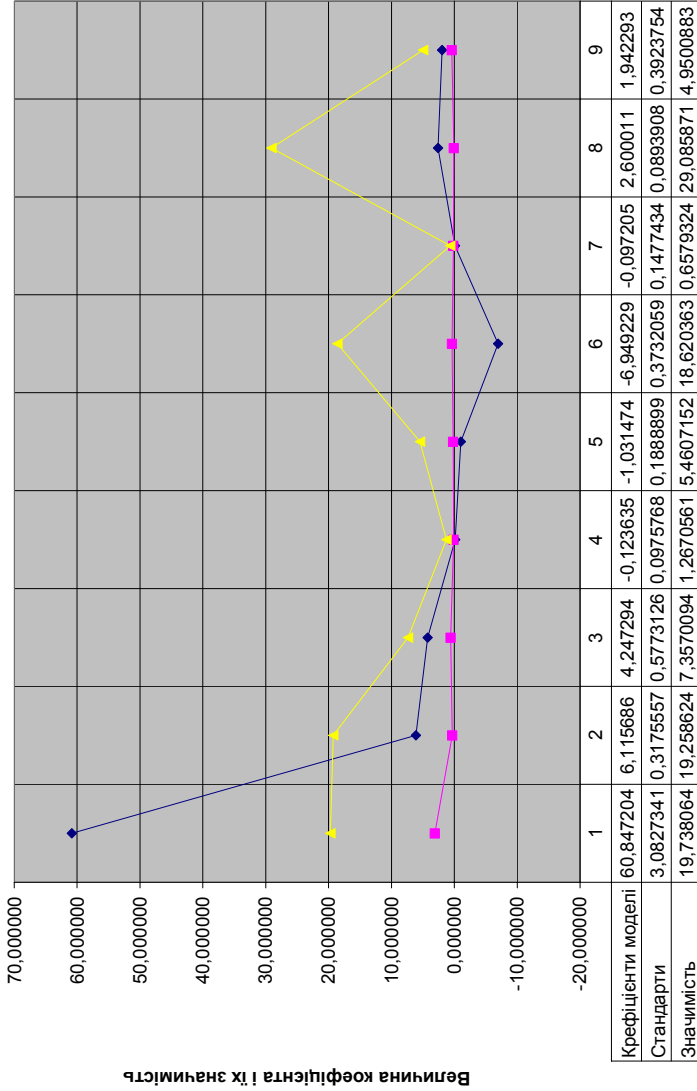
Екзаменаційні оцінки



Бали по шкалі EST

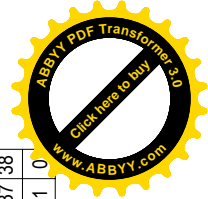
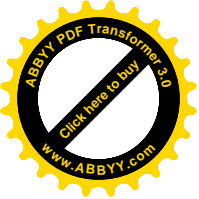
Порядковий номер студента

Коефіцієнти моделі і їх значимість

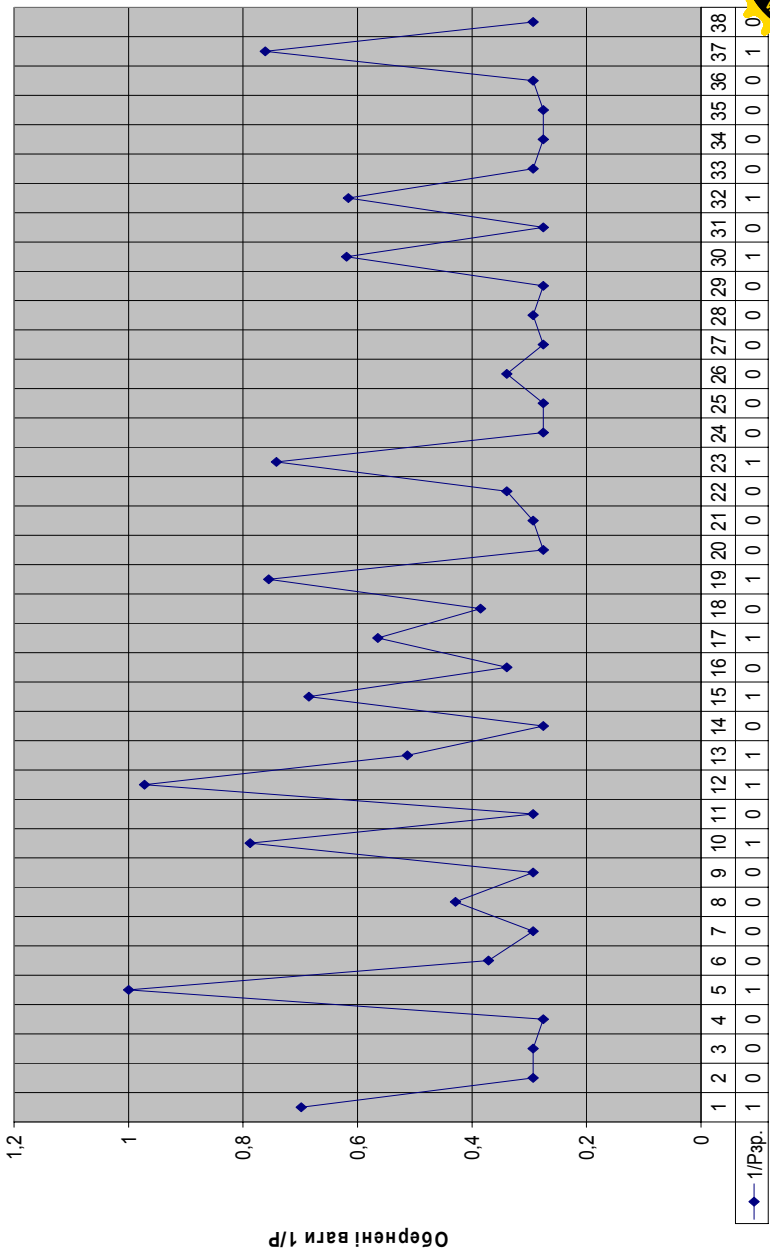


Величина коефіцієнта і їх значимість

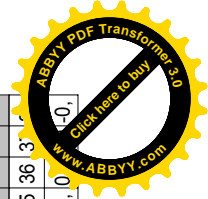
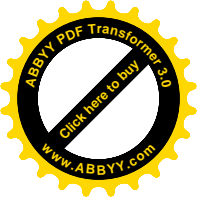
Номера коефіцієнтів



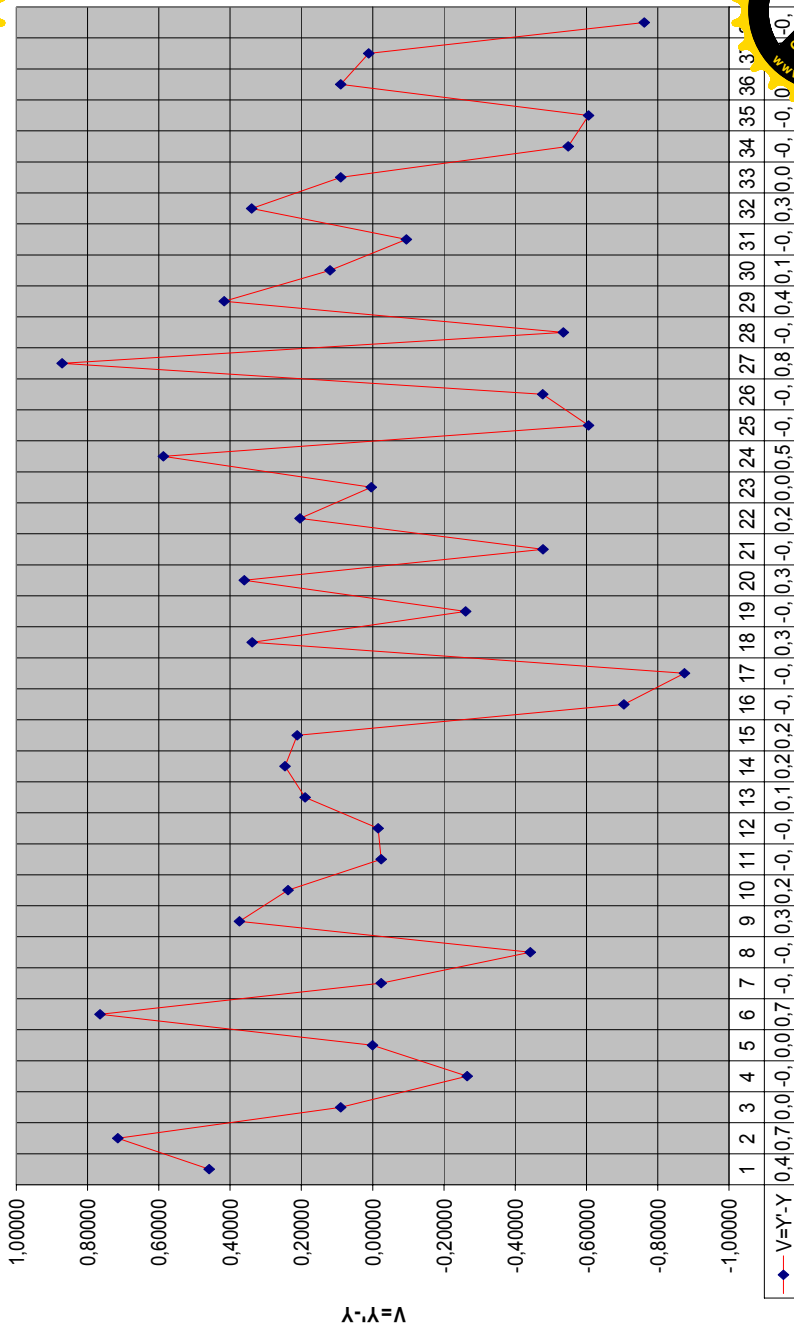
Обернені ваги



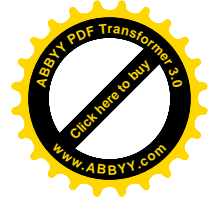
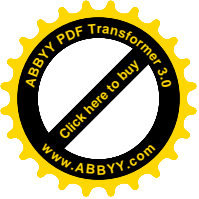
№ студента по списку



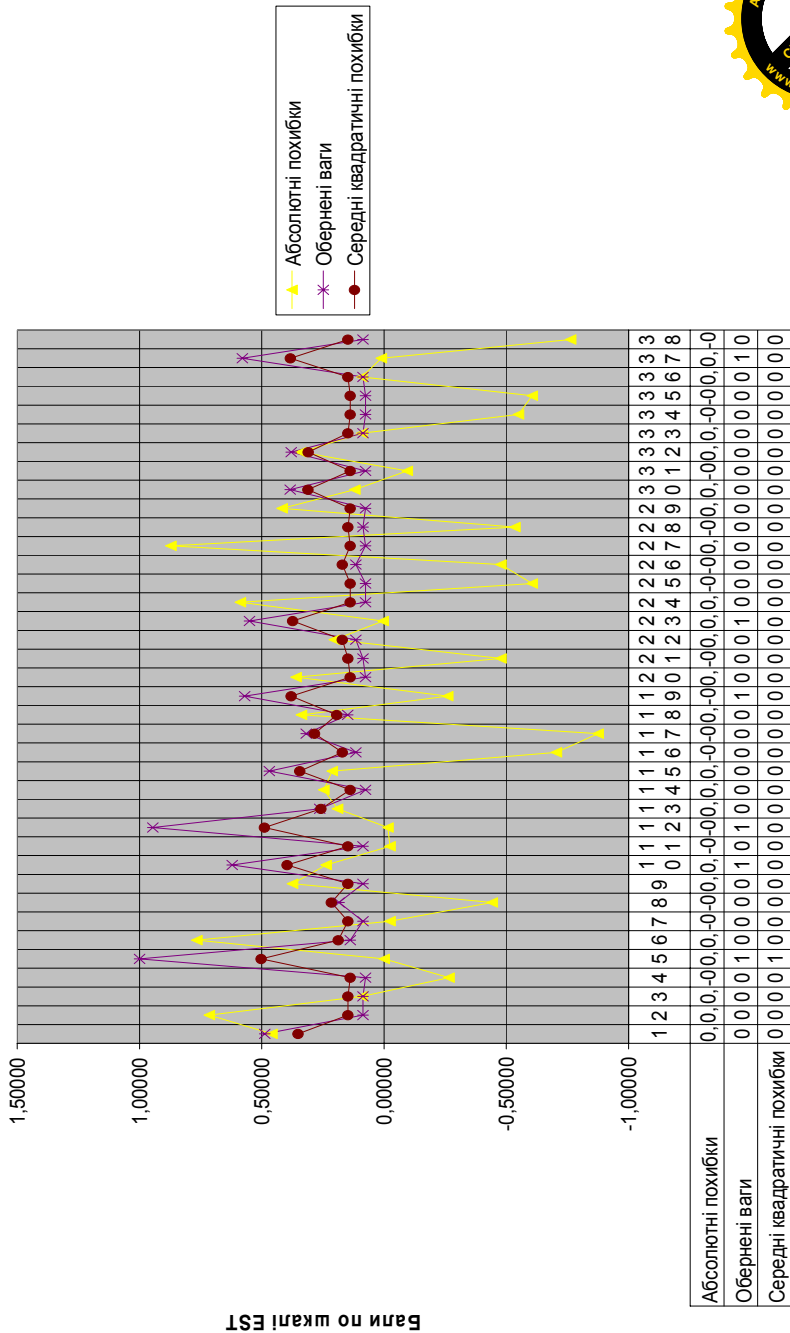
$V=Y-Y$



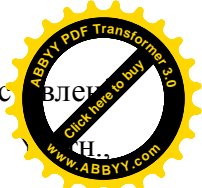
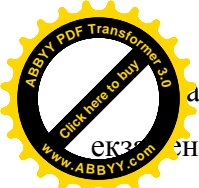
№ студента по списку



Порівняльний аналіз похибок



Бали по шкалі EST



а першій діаграмі «Істинна модель» представлені експертні оцінки експертів на експертні оцінки істинної математичної моделі розробленої Р.М.Літнарівичем і приведеної значеннями «У». Крім того, на діаграмі представлені експертні оцінки $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$ факторної множинної регресії.

На другій діаграмі (с.52) приведені значення «Уістн.» (лівий стовпчик) і «Успотв.» - оцінки спотвореної моделі (правий стовпчик), побудованої автором даної монографії.

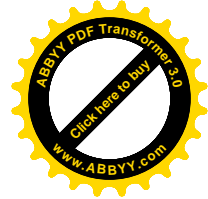
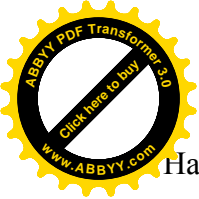
На третій діаграмі проілюстровані оцінки викладача Y і комп'ютера Y' , а також їх відхилення V .

На четвертій діаграмі «Коефіцієнти моделі і їх значимість» дана графічна інтерпретація коефіцієнтів побудованої в даній монографії математичній моделі, їх стандартні похибки і статистична значимість коефіцієнтів.

На п'ятій діаграмі представлені обернені ваги зрівноваженої функції.

На шостій діаграмі проілюстровані абсолютні відхилення зрівноваженої моделі від істинної.

Сьома діаграма ілюструє порівняльний аналіз похибок зрівноваженої математичної моделі.



Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

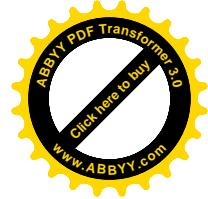
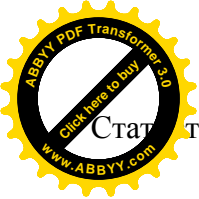
1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності екзаменаційних оцінок і функціональних ознак результатів анкетування студентів, які отримали ту чи іншу оцінку.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула залежності екзаменаційних оцінок Y' і факторних ознак X_i

$$Y_{i\ddot{a}\ddot{a}\ddot{e}\ddot{s}}' = 60,847204X_0 + 6,115686X_1 + 4,247294X_2 - 0,123635X_3 - 1,031474X_4 - 6,949229X_5 + -0,097205X_6 + 2,600011X_7 + 1,942293X_8.$$

Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає $\mu = 0,502672$ бала.

Середні квадратичні похибки виведених нами коефіцієнтів

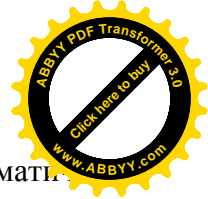
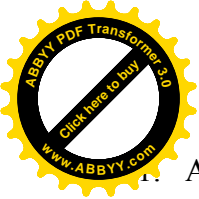
3,082734	ma0
0,317556	ma1
0,577313	ma2
0,097577	ma3
0,18889	ma4
0,373206	ma5
0,147743	ma6
0,089391	ma7
0,392375	ma8



Статистична значимість встановлених нами коефіцієнтів

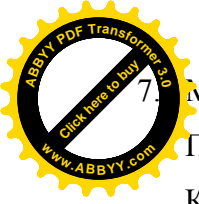
$t=a/ma$	
19,73806	
19,25862	Інтерес
7,357009	Роб.викл.
1,267056	Трудність
5,460715	Наук.пош.
18,62036	Зв'яз.спец
0,657932	Моногр.1
29,08587	Моногр.2
4,950088	Наук.школ

5. Встановлені середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m_{ϕ} .
6. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
7. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
8. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в педагогіці.

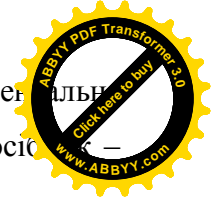


Літературні джерела

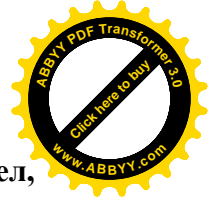
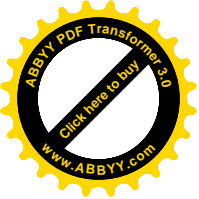
1. Андросук Л.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ППП 81 95.МЕГУ, Рівне, 2009, -44 с.
2. Літнарівч Р.М. Теоретико-методологічні аспекти і базові принципи функціонування наукової школи в рамках професійної освіти. Монографія. МЕГУ, Рівне,- 383 с.
3. Літнарівч Р.М. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня.. МЕГУ, Рівне, 2009, –32с.
4. Літнарівч Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Частина 4. МЕГУ, Рівне, 2006, –17с.
5. Літнарівч Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневою функцією. Частина 5. МЕГУ, Рівне, 2006, - 17с.
6. Літнарівч Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Ч.1.МЕГУ, Рівне,2006,-45с.



7. Максименко С.Д., Е.Л. Носенко Експериментальна Психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник. К.: МАУП, 2004, -128 с.



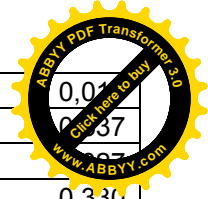
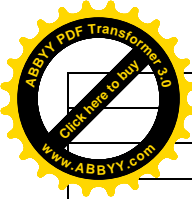
8. Якимчук А.Й. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ДА-50. МЕНУ, Рівне, 2009, -72с.



Додатки

Додаток 1. Генерування псевдовипадкових чисел, підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

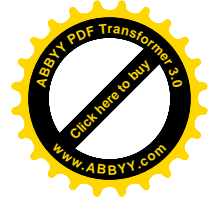
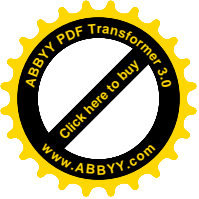
ξ єлчис (\cdot)*0,01*N	ξ середн.	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp.}$	$ \Delta'_i ^2$	$\Delta i = k * \Delta'_i$	$ \Delta_i ^2$
0,009	0,017	-0,008	0,000	-0,448	0,201
0,003	0,017	-0,014	0,000	-0,789	0,623
0,014	0,017	-0,003	0,000	-0,164	0,027
0,022	0,017	0,005	0,000	0,290	0,084
0,028	0,017	0,011	0,000	0,631	0,398
0,005	0,017	-0,012	0,000	-0,676	0,457
0,016	0,017	-0,001	0,000	-0,051	0,003
0,026	0,017	0,009	0,000	0,517	0,268
0,009	0,017	-0,008	0,000	-0,448	0,201
0,004	0,017	-0,013	0,000	-0,733	0,537
0,016	0,017	-0,001	0,000	-0,051	0,003
0,029	0,017	0,012	0,000	0,688	0,473
0,007	0,017	-0,010	0,000	-0,562	0,316
0,013	0,017	-0,004	0,000	-0,221	0,049
0,015	0,017	-0,002	0,000	-0,108	0,012
0,03	0,017	0,013	0,000	0,745	0,554
0,026	0,017	0,009	0,000	0,517	0,268
0,012	0,017	-0,005	0,000	-0,278	0,077
0,023	0,017	0,006	0,000	0,347	0,120
0,011	0,017	-0,006	0,000	-0,335	0,112
0,024	0,017	0,007	0,000	0,404	0,163
0,014	0,017	-0,003	0,000	-0,164	0,027
0,019	0,017	0,002	0,000	0,120	0,014
0,007	0,017	-0,010	0,000	-0,562	0,316
0,028	0,017	0,011	0,000	0,631	0,398
0,026	0,017	0,009	0,000	0,517	0,268
0,002	0,017	-0,015	0,000	-0,846	0,716
0,025	0,017	0,008	0,000	0,460	0,212
0,01	0,017	-0,007	0,000	-0,392	0,153
0,007	0,017	-0,010	0,000	-0,562	0,316



0,019	0,017	0,002	0,000	0,120	0,017
0,004	0,017	-0,013	0,000	-0,733	0,017
0,014	0,017	-0,003	0,000	-0,164	0,017
0,027	0,017	0,010	0,000	0,574	0,330
0,028	0,017	0,011	0,000	0,631	0,398
0,014	0,017	-0,003	0,000	-0,164	0,027
0,027	0,017	0,010	0,000	0,574	0,330
0,029	0,017	0,012	0,000	0,688	0,473
0,642	0,642	0,000	0,003	0,000	9,500

Додаток 2. Побудова спотвореної моделі

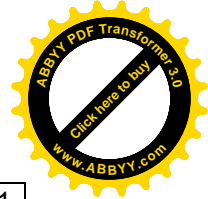
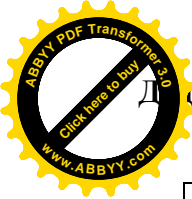
$Y_{\text{ист.}}=X*A$	$\Delta_i = k * \Delta'_i$	$Y_{\text{сп.}}=Y_{\text{ист.}}+\Delta_i$
102,4597125	-0,448	102,01121
94,44050746	-0,789	93,65115
94,44050746	-0,164	94,27606
94,58812998	0,290	94,87816
89	0,631	89,63089
95,55514436	-0,676	94,87941
94,44050746	-0,051	94,38968
94,66194123	0,517	95,17921
94,44050746	-0,448	93,99201
82,81828264	-0,733	82,08573
94,44050746	-0,051	94,38968
80,19449082	0,688	80,88219
94,12678395	-0,562	93,56467
94,58812998	-0,221	94,36687
96,44834749	-0,108	96,34071
95,48133311	0,745	96,22584
96,71215568	0,517	97,22942
94,40339101	-0,278	94,12532
81,62415487	0,347	81,97099
94,58812998	-0,335	94,25325
94,44050746	0,404	94,84416
95,48133311	-0,164	95,31688
91,68857438	0,120	91,80817



94,58812998	-0,562	94,02601
94,58812998	0,631	95,21902
95,48133311	0,517	95,99860
94,58812998	-0,846	93,74196
94,44050746	0,460	94,90097
94,58812998	-0,392	94,19644
88,69295063	-0,562	88,13083
94,58812998	0,120	94,70773
88,76676189	-0,733	88,03421
94,44050746	-0,164	94,27606
94,58812998	0,574	95,16221
94,58812998	0,631	95,21902
94,44050746	-0,164	94,27606
93,11693479	0,574	93,69101
94,44050746	0,688	95,12821
3547	0,000	3547,00000

Додаток 3. Матриця коефіцієнтів початкових рівнянь

1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5



Додаток 6. Обернена матриця $Q=N^{-1}$

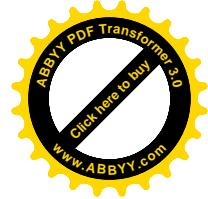
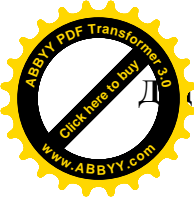
37,60993079	0,17429873	-5,864444295	0,097911
0,17429873	0,399089485	-0,121236141	0,019524
-5,864444295	-0,12123614	1,319023213	-0,04679
0,097910912	0,0195237	-0,046786832	0,037681
0,09744857	0,032038288	-0,03985332	-0,00493
0,307394507	-0,28479067	-0,142807802	0,003788
0,109580929	0,014785251	-0,009081906	0,007933
0,033235048	-0,01321701	0,018636552	-0,00678
-2,488659681	-0,07086638	0,183032862	-0,02198

Продовження матриці $Q=N^{-1}$

0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Додаток 7. Вектор вільних членів

$L'=X_T \cdot Y_{\text{спт.}}$
3547
17023,63388
17645,36911
13818,07878
16591,96247
17097,78771
17154,49274
16235,30168
17468,61862



Додаток 8. Коефіцієнти математичної моделі

A'=Q*L'	
60,847204	a0
6,115686	a1
4,247294	a2
-0,123635	a3
-1,031474	a4
-6,949229	a5
-0,097205	a6
2,600011	a7
1,942293	a8

Додаток 9. Нами отримана емпірична формула якості засвоєння навчального матеріалу

$$Y_{\text{моделі}}' = 60,847204X_0 + 6,115686X_1 + 4,247294X_2 - 0,123635X_3 - 1,031474X_4 - 6,949229X_5 + 2,600011X_7 + 1,942293X_8.$$

Додаток 10. Контроль зрівноваження

L'=N*A'
3547,000
17023,634
17645,369
13818,079
16591,962
17097,788
17154,493
16235,302
17468,619

[YY]-	
L'A'™=	7,3276983
Контроль2 [VV]=	7,3276984



Оцінка параметрів множинної лінійної регресії

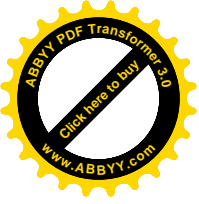
a8	a7	a6	a5	=ai	A"трансп
1,942292752	2,600010597	0,09720516	6,949228787		
0,392375378	0,089390845	0,14774339	0,373205877	стандарт S	ai=S√dii
0,988528839	0,502672115	#N/A	#N/A	R^2	μ
312,3848678	29	#N/A	#N/A	Fкритерій	n-m-1
631,4654049	7,32769839	#N/A	#N/A	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]
a8	a7	a6	a5		

Продовження

A4	A3	A2	A1	A0	=ai	A"трансп
-1,031474	-0,123635	4,24729403	6,115686	60,847204		
0,18889	0,097577	0,57731257	0,317556	3,0827341	стандарт S	ai=S√dii
#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	R^2	μ
#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	Fкритерій	n-m-1
#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]
A4	A3	A2	A1	A0		

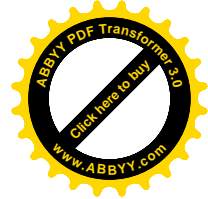
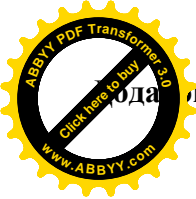
Додаток 11. Результати зрівноваження

Y'=X*A'	V=Y'-Yспт	VV
102,4702444	0,45903	0,210709
94,36590656	0,71476	0,510878
94,36590656	0,08985	0,008073
94,61317706	-0,26498	0,070216
89,63088879	0,00000	1,1E-21
95,64465082	0,76525	0,5856
94,36590656	-0,02377	0,000565
94,73681231	-0,44240	0,195716
94,36590656	0,37390	0,1398
82,32303141	0,23730	0,05631
94,36590656	-0,02377	0,000565
80,86676447	-0,01543	0,000238
93,75454757	0,18988	0,036055



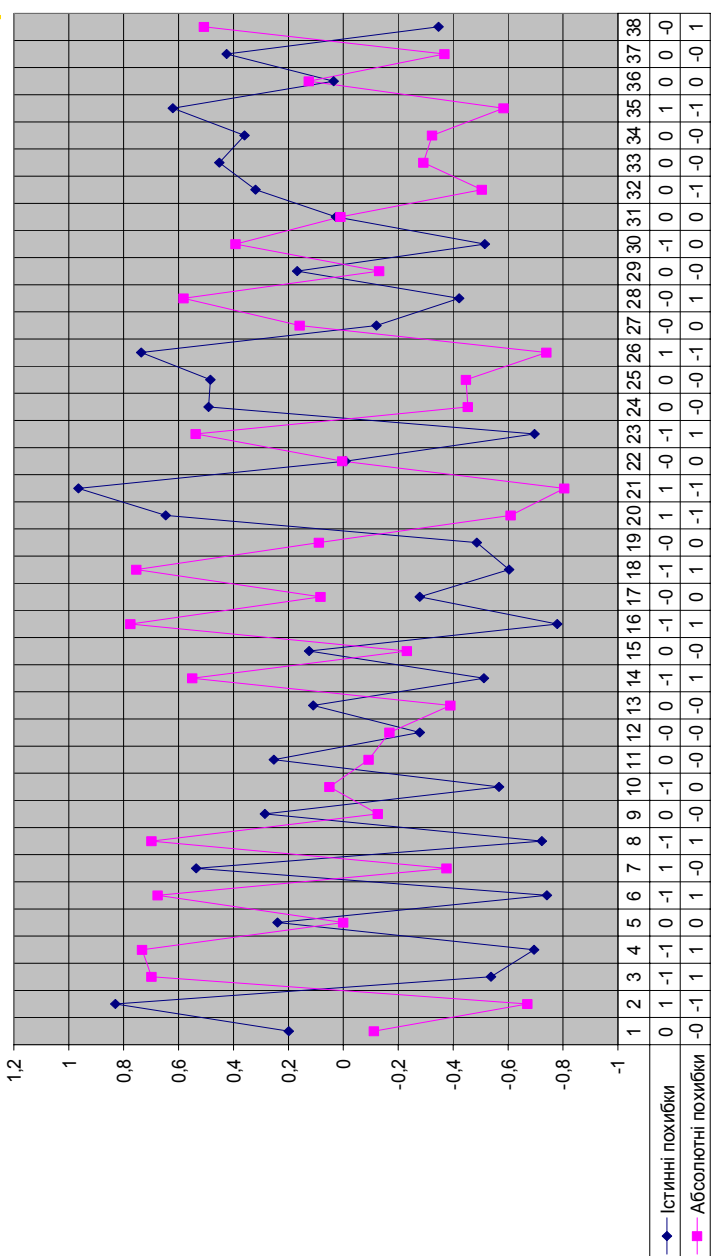
94,61317706	0,24631	0,060667
96,55248934	0,21178	0,044851
95,52101558	-0,70483	0,49678
96,35455817	-0,87487	0,765391
94,46311172	0,33779	0,114102
81,71032923	-0,26066	0,067946
94,61317706	0,35993	0,129547
94,36590656	-0,47825	0,228723
95,52101558	0,20413	0,04167
91,81225482	0,00408	1,67E-05
94,61317706	0,58717	0,344764
94,61317706	-0,60584	0,367044
95,52101558	-0,47759	0,228089
94,61317706	0,87122	0,759016
94,36590656	-0,53506	0,286289
94,61317706	0,41674	0,173669
88,25022037	0,11939	0,014254
94,61317706	-0,09455	0,00894
88,37385561	0,33964	0,115357
94,36590656	0,08985	0,008073
94,61317706	-0,54903	0,301436
94,61317706	-0,60584	0,367044
94,36590656	0,08985	0,008073
93,70235807	0,01134	0,000129
94,36590656	-0,76230	0,581101
3547	9,37E-10	7,327698





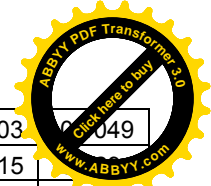
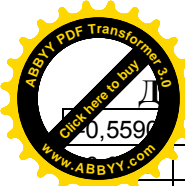
Задание 12. Истинные и абсолютные похибки моделі

Істинні і абсолютні похибки



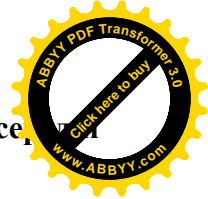
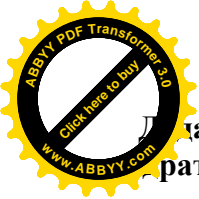
Номера студентів по списку

Істинні і абсолютні похибки



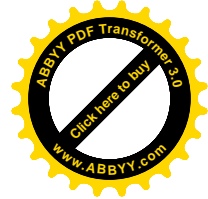
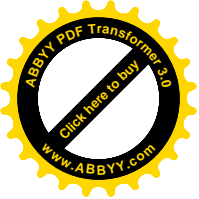
Таблиця 13. Допоміжна матриця $Q' = XN^{-1}$

0,5590	0,2842	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4620	-0,0133	0,0303	0,049
0,0509	-0,0509	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015		
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
5,0000	0,0000	-1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-0,3495	-0,0202	0,0736	-0,0303	-0,1016	0,0855	-0,0248	-0,0011	0,0839
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,3500	-0,0076	0,0805	-0,0729	0,0446	-0,0252	-0,0117	0,0189	0,0365
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,8020	-0,0168	0,1578	0,0131	0,0437	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
1,1387	-0,0199	0,0202	-0,0046	0,0077	-0,0325	-0,1941	0,0187	-0,0263
-0,7665	-0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0448	-0,1390	-0,0011	0,0119	0,1611
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3491	-0,0327	0,0667	0,0124	-0,2477	0,1962	-0,0380	-0,0211	0,1312
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1065	0,0893	-0,0169	-0,0079	0,0619
-0,7333	-0,1149	0,2909	-0,0159	-0,0316	-0,1772	-0,0281	0,0435	0,1758
-0,1658	0,0361	-0,0507	0,0323	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0806
-0,5278	0,0632	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1729	0,0447	-0,1191	0,0509
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1065	0,0893	-0,0169	-0,0079	0,0619
1,7221	-0,0308	0,0892	0,0129	0,0245	-0,0960	0,1089	-0,0029	-0,4483
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1065	0,0893	-0,0169	-0,0079	0,0619
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2305	-0,3482	0,0614	0,0207	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0415
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3285	-0,3677	0,1082	-0,0170	0,0027	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
2,1391	0,0507	-0,1094	-0,0083	-0,0322	0,1285	0,0852	-0,0158	-0,5254
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294



Таблиця 14. Обернені ваги зрівноваженої функції і її сепаратичні похибки

$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,351045
0,08594	0,293155	0,147361
0,08594	0,293155	0,147361
0,075925	0,275546	0,138509
1	1	0,502672
0,13783	0,371254	0,186619
0,08594	0,293155	0,147361
0,183961	0,428907	0,2156
0,08594	0,293155	0,147361
0,62038	0,787642	0,395926
0,08594	0,293155	0,147361
0,945212	0,97222	0,488708
0,263131	0,512963	0,257852
0,075925	0,275546	0,138509
0,469169	0,684959	0,34431
0,115006	0,339126	0,170469
0,318474	0,564335	0,283675
0,148166	0,384923	0,19349
0,569883	0,754906	0,37947
0,075925	0,275546	0,138509
0,08594	0,293155	0,147361
0,115006	0,339126	0,170469
0,550332	0,741844	0,372904
0,075925	0,275546	0,138509
0,075925	0,275546	0,138509
0,115006	0,339126	0,170469
0,075925	0,275546	0,138509
0,08594	0,293155	0,147361
0,075925	0,275546	0,138509
0,383167	0,619005	0,311156
0,075925	0,275546	0,138509
0,379526	0,616057	0,309675
0,08594	0,293155	0,147361



0,075925	0,275546	0,138509
0,075925	0,275546	0,138509
0,08594	0,293155	0,147361
0,579391	0,761177	0,382623
0,08594	0,293155	0,147361

Додаток 15. Оцінка точності коефіцієнтів моделі

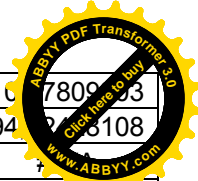
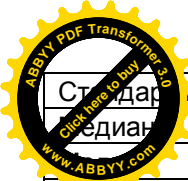
1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma
37,60993	6,1326936	3,082734
0,399089	0,6317353	0,317556
1,319023	1,14848736	0,577313
0,037681	0,19411615	0,097577
0,141204	0,37577152	0,18889
0,551223	0,74244396	0,373206
0,086387	0,29391603	0,147743
0,031624	0,17783132	0,089391
0,609304	0,78057916	0,392375

Додаток 16. Статистична значущість коефіцієнтів моделі

t=a/ma	
19,73806	
19,25862	Інтерес
7,357009	Роб.викл.
1,267056	Трудність
5,460715	Наук.пош.
18,62036	Зв'яз.спец
0,657932	Моногр.1
29,08587	Моногр.2
4,950088	Наук.школ

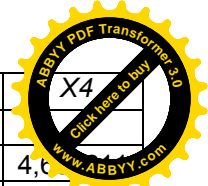
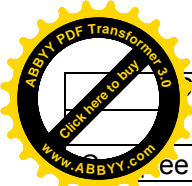
Додаток 17. Статистичні характеристики коефіцієнтів моделі

Столбец1	Y'	Столбец1	Успомв.
Среднее	93,34211	Среднее	93,34210526



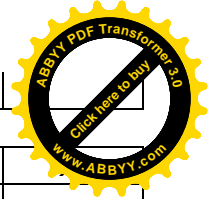
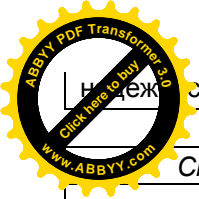
Стандартная ошибка	0,638385	Стандартная ошибка	0,780903
Медиана	94,46056	Медиана	94,46056
	94,46056	Мода	79,5525088
Стандартное отклонение	3,935271	Стандартное отклонение	4,180040004
Дисперсия выборки	15,48636	Дисперсия выборки	17,47273444
Эксцесс	4,247301	Эксцесс	4,319111163
Асимметричность	-1,76384	Асимметричность	-
Интервал	21,382	Интервал	1,738146522
Минимум	80,67039	Минимум	22,87013464
Максимум	102,0524	Максимум	79,5525088
Сумма	3547	Сумма	102,4253855
Счет	38	Счет	3547
Наибольший(1)	102,0524	Наибольший(1)	38
Наименьший(1)	80,67039	Наименьший(1)	102,4253855
Уровень надежности(95,0%)	1,293491	Уровень надежности(95,0%)	79,5525088
			1,37394495

Столбец2	X1	Столбец3	X2
Среднее	4,789473684	Среднее	4,973684
Стандартная ошибка	0,067022583	Стандартная ошибка	0,026316
Медиана	5	Медиана	5
Мода	5	Мода	5
Стандартное отклонение	0,41315495	Стандартное отклонение	0,162221
Дисперсия выборки	0,170697013	Дисперсия выборки	0,026316
Эксцесс	0,195277778	Эксцесс	38
Асимметричность	-	Асимметричность	-
Интервал	1,479132976	Интервал	6,164414
Минимум	1	Минимум	1
Максимум	4	Максимум	4
Сумма	5	Сумма	5
Счет	182	Счет	189
Наибольший(1)	38	Наибольший(1)	38
Наименьший(1)	5	Наименьший(1)	5
Уровень надежности(95,0%)	4	Уровень надежности(95,0%)	4
	0,135800652		0,053321



Столбец 4	X3	Столбец5	X4
Среднее	3,894737	Среднее	4,6052319
Стандартная ошибка	0,145044	Стандартная ошибка	0,085218
Медиана	4	Медиана	5
Мода	3	Мода	5
Стандартное отклонение	0,894109	Стандартное отклонение	0,525319
Дисперсия выборки	0,799431	Дисперсия выборки	0,27596
Эксцесс	-1,28133	Эксцесс	1,126072
Асимметричность	0,024544	Асимметричность	-1,40317
Интервал	3	Интервал	2
Минимум	2	Минимум	3
Максимум	5	Максимум	5
Сумма	148	Сумма	178
Счет	38	Счет	38
Наибольший(1)	5	Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	2	Наименьший(1)	3
Уровень надежности(95,0%)	0,293886	Уровень надежности(95,0%)	0,172668

Столбец6	X5	Столбец7	X6
Среднее	4,815789	Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,06373	Стандартная ошибка	0,135227
Медиана	5	Медиана	5
Мода	5	Мода	5
Стандартное отклонение	0,392859	Стандартное отклонение	0,833594
Дисперсия выборки	0,154339	Дисперсия выборки	0,694879
Эксцесс	0,925609	Эксцесс	32,21157
Асимметричность	-1,69696	Асимметричность	-5,5434
Интервал	1	Интервал	5
Минимум	4	Минимум	0
Максимум	5	Максимум	5
Сумма	183	Сумма	183
Счет	38	Счет	38
Наибольший(1)	5	Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4	Наименьший(1)	0
Уровень	0,12913	Уровень	0,273996



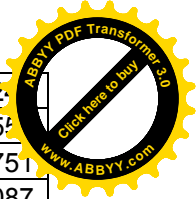
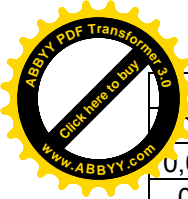
Надеж сти(95,0%)		надежности(95,0%)	
Столбец8	X7	Столбец9	
Среднее	4,526316	Среднее	4,921053
Стандартная ошибка	0,222289	Стандартная ошибка	0,044331
Медиана	5	Медиана	5
Мода	5	Мода	5
Стандартное отклонение	1,37028	Стандартное отклонение	0,273276
Дисперсия выборки	1,877667	Дисперсия выборки	0,07468
Эксцесс	8,110829	Эксцесс	9,054512
Асимметричность	-3,0518	Асимметричность	-3,25271
Интервал	5	Интервал	1
Минимум	0	Минимум	4
Максимум	5	Максимум	5
Сумма	172	Сумма	187
Счет	38	Счет	38
Наибольший(1)	5	Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0	Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,4504	Уровень надежности(95,0%)	0,089824

Ковариация матрица $K=N^{-1}\mu^2$

9,503249286	0,044041673	-1,481823415	0,02474
0,044041673	0,100841634	-0,030633858	0,004933
-1,481823415	-0,03063386	0,333289803	-0,01182
0,024740056	0,004933234	-0,011822062	0,009521
0,024623232	0,008095411	-0,010070107	-0,00124
0,077672215	-0,07196069	-0,036084569	0,000957
0,027688828	0,003735926	-0,002294809	0,002004
0,008397807	-0,00333967	0,00470907	-0,00171
-0,628832674	-0,01790646	0,046248607	-0,00555
X0	X1	X2	X3

Продовження ковариация матриці $K=N^{-1}\mu^2$

0,0246232	0,077672215	0,027688828	0,008398	-0,62883
0,0080954	-0,071960694	0,003735926	-0,00334	-0,01791



-0,01007	-0,036084569	-0,002294809	0,004709	0,0462
0,001244	0,000957097	0,002004441	-0,00171	-0,0059
0,0356794	-0,027018314	0,005319473	0,003332	-0,01751
-0,027018	0,139282626	-0,00090013	-0,00964	-0,01087
0,0053195	-0,00090013	0,02182811	-0,00682	-0,0278
0,0033323	-0,009639688	-0,006816834	0,007991	0,003722
-0,017512	-0,01087206	-0,027803441	0,003722	0,153958
X4	X5	X6	X7	X8

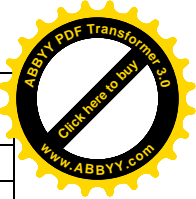
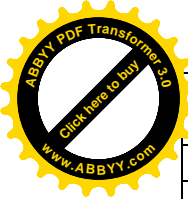
Кореляційна матриця факторних ознак R

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці факторних ознак R

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8
0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683
0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
1	0,306225931	0,486201	0,364366
0,306225931	1	0,631377	0,527649
0,486201157	0,631376931	1	0,330486
0,364366275	0,527648579	0,330486	1
X5	X6	X7	X8

Обернена кореляційна матриця Z=1/R



	1	2	3	4
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488
8	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132
	X1	X2	X3	X4

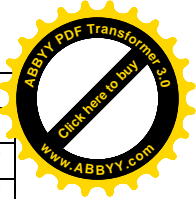
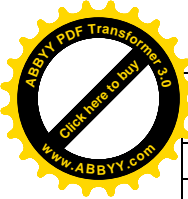
Продовження матриці $Z=1/R$

	5	6	7	8
	-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604
	-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221
	0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873
	-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813
	3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092
	-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744
	-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115
	-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603
	X5	X6	X7	X8

Частинні коефіцієнти кореляції $r_{ij} = z_{ij}/\sqrt{(z_{ii} \cdot z_{jj})}$

	1	2	3	4
1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616
2	-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345
3	0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці



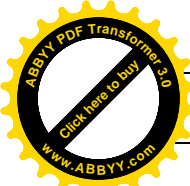
	5	6	7	8
	-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371
	-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167
	0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
	-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
	1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424
	-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961
	-0,288949188	-0,51615674	1	0,10613
	-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1
	X5	X6	X7	X8

**Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
R(Y_{спотв.}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)**

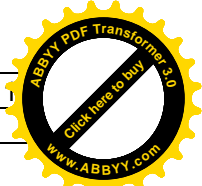
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,566005136	1		
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1	
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	-0,035077255
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671

**Продовження кореляційної матриці
R(Y_{спотв.}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)**

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
1				
0,36039265	1			
-0,140922936	0,304486	1		
-0,107266457	0,483982	0,63073	1	



0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	
X4	X5	X6	X7	X8

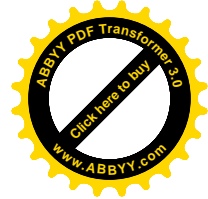
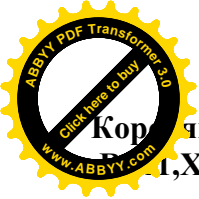


**Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
R(X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,Y' зрівн.)**

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,31835727	1		
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1	
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865
	X1	X2	X3	X4

**Продовження кореляційної матриці
R(X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,Y' зрівн.)**

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
1				
0,306225931	1			
0,486201157	0,631377	1		
0,364366275	0,527649	0,330486	1	
0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X5	X6	X7	X8	Y' зрівн.

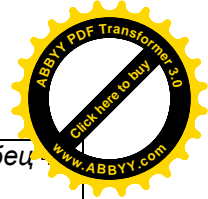
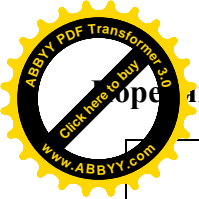


**Кореляційна матриця істинної моделі
(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X9, Yістн.)**

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#DIV/0!	1		
Столбец 3	#DIV/0!	0,3183573	1	
Столбец 4	#DIV/0!	-0,061611	0,166722763	1
Столбец 5	#DIV/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282
Столбец 6	#DIV/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226
Столбец 7	#DIV/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455
Столбец 8	#DIV/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639
Столбец 9	#DIV/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513
Столбец 10	#DIV/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245
		X1	X2	X3

Продовження кореляційної матриці істинної моделі

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,365309	1				
-0,13643	0,306226	1			
-0,10078	0,486201	0,631377	1		
0,198175	0,364366	0,527649	0,330485672	1	
-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581165	0,357617	1
X4	X5	X6	X7	X8	Yістн.

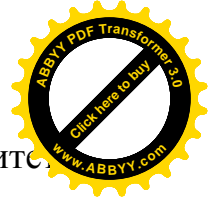
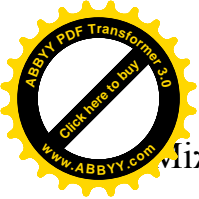


Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#DIV/0!	1		
Столбец 3	0,323592401	#DIV/0!	1	
Столбец 4	0,103017993	#DIV/0!	0,3183573	1
Столбец 5	0,027413357	#DIV/0!	-0,061611	0,166722763
Столбец 6	-0,160412227	#DIV/0!	0,1835129	0,216998446
Столбец 7	0,16061577	#DIV/0!	0,7536904	0,345964044
Столбец 8	0,352719734	#DIV/0!	0,2767272	-0,036817127
Столбец 9	0,511634281	#DIV/0!	0,439704	0,063992219
Столбец 10	0,211627189	#DIV/0!	0,3275692	-0,048131095
	екзам.	X0	X1	X2

Продовження кореляційної матриці результатів екзамену

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,099941282	1				
0,020248226	0,365309	1			
-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330485672	1
X3	X4	X5	X6	X7	X8



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янука

В. Л. Малюк

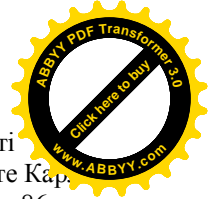
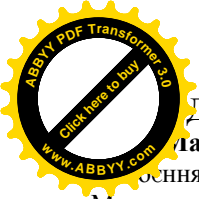
**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ
МОДЕЛІ ЯКОСТІ ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ
ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М-8



**Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Літнарівч**

Рівне 2010



ДК 519.876.5

Малюк В. Л. Побудова і дослідження математичної моделі якості освоення базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН 91М-8. МЕНУ, Рівне, 2009, -86 с.

Malyuk V. L. Construction and research of mathematical model of quality of mastering of base discipline by the method of statistical tests of Monte Carlo. Plural regressive analysis. Model of IN 91M - 8. IEGU, Rivne, 2010 -86 p.

Рецензент: С.В. Лісова, доктор педагогічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕНУ

На основі результатів педагогічного експерименту побудована математична модель залежності якості здачі екзамену у бальній системі по шкалі ECST (Y) і результатів анкетування студентів після здачі екзамену (X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8) у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується по способу найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів А множинної регресії апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки. Застосований метод статистичних випробувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.

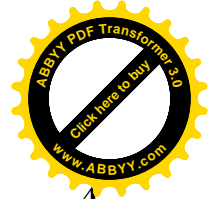
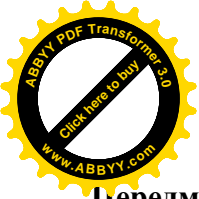
On the basis of results of pedagogical experiment the mathematical model of dependence of quality of handing over is built to examination in the ball system on the scale of ECST (Y) and results of questionnaire of students after handing over to examination (X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8) as multiple regression on the method of leastsquares.

Middle quadratic errors which over are brought to set rationed are generated in this work, the disfigured model is built, counterbalanced on the method of leastsquares. There are more credible values of coefficients And multiple regression of approximating mathematical model.

The estimation of exactness is done and summarizings are given conclusions. The method of statistical tests of Monte Karlo is applied enabled to conduct large-scale researches and collect large statistics.

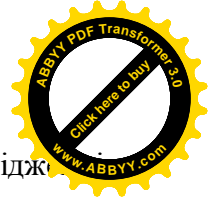
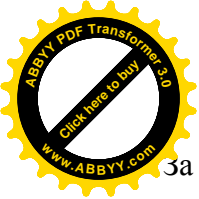
For students and graduate students of pedagogical institutes of higher.

© Малюк В. Л.



Зміст

Передмова	4
РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи	
1.1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи.....	5
1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту.....	11
РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних	
2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних.....	16
2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло.....	30
РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження	
3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження.....	35
3.6. Контроль зрівноваження.....	36
3.7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.....	40
Висновки	59
Літературні джерела.....	61
Додатки.....	63



Передмова

За результатами педагогічного експерименту при дослідженні залежності якості здачі екзамену «У» у бальній системі по шкалі EST і відповідей студентів за результатами анкетування після здачі екзамену «X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8» [2,3] побудована математична модель і виконаний детальний аналіз у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати педагогічного експерименту – екзаменаційні бали (Y_i) і відповіді студентів, які отримали той чи інший бал (X_i).

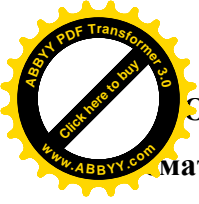
За цими даними була побудована математична модель у вигляді множинної регресії способом найменших квадратів. Дана модель приймалась за істинну модель.

Генерувались випадкові числа, знаходився коефіцієнт пропорційності K і дані випадкові числа приводилися до середньої квадратичної похибки 0,5 бала, на яку міг помилитися викладач .

Будується спотворена модель, яка зрівноважується по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.



РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи



наукової школи

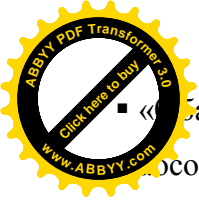
1.1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

Нехай, Y – екзаменаційна оцінка студента (від 0 до 100 балів за шкалою EST – результуюча ознака).

Досліджувані фактори:

- X_1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X_2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X_3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X_4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X_5 – зв'язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X_6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X_7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X_8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

X_1 – інтерес до вивчення дисципліни:



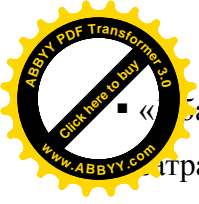
- «0 балів» – інтерес до вивчення дисципліни відсутній; «Важко досягти успіху, абсолютно відсутнє бажання вивчати дану дисципліну і оцінка на екзамені мене не цікавить».

- «1 бал» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку на екзамені «50-59 балів» – E;
- «2 бали» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку що відповідає шкалі EST D «60-75 балів»; «Пристойно, але зі значними недоліками»;
- «3 бали» – «Мені потрібна оцінка C «76-79 балів» для того, щоб була четвірка у виписці до диплому»;
- «4 бали» – інтерес до дисципліни високий, відповідає шкалі EST «80-89 балів» – «Дуже добре, вище середнього стандарту»;
- «5 балів» – підвищений інтерес; «Я бажаю внести свій внесок в дану дисципліну» – рівень творчості.

X2 – оцінка студентами роботи викладача: – відповідає традиційній екзаменаційній оцінці роботи студента «від 0 до 5 балів» з тією різницею, що оцінку роботи студента за семестр ставить викладач, а оцінку роботи викладача за семестр ставить студент.

X3 – складність вивчення дисципліни:

- «0 балів» – ніякої складності у вивченні даної дисципліни немає;

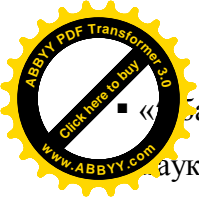


- «1 бал» – при вивченні даної дисципліни потрібні мінімальні витрати сил і часу;

- «2 бали» – до вивчення дисципліни необхідно прикласти деякі зусилля і час;
- «3 бали» – методика викладання дисципліни автоматично забезпечує добру оцінку на екзамені;
- «4 бали» – до вивчення дисципліни потрібна значна концентрація зусиль і часу;
- «5 балів» – максимальна концентрація зусиль і часу гарантує високу оцінку на екзамені.

X4 – елементи наукового пошуку:

- «0 балів» – вся інформація при вивченні даної дисципліни добре представлена у рекомендованій літературі;
- «1 бал» – необхідно вести конспект лекцій, в якому висвітлюються матеріали, яких не можна почерпнути із відомих літературних джерел;
- «2 бали» – без конспекту лекцій неможливо проробляти практичні заняття;
- «3 бали» – на практичних роботах вирішуються задачі, які потребують творчого підходу і максимального використання комп'ютерної техніки;
- «4 бали» – максимальне використання теоретичного матеріалу лекційного курсу в поєднанні із максимальним використанням комп'ютерної техніки;



«0 балів» – написання власних монографій під керівництвом наукового керівника.

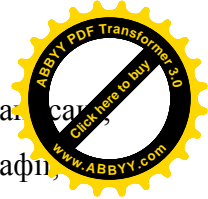
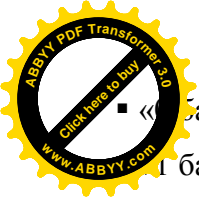
X5 – зв’язок зі спеціальністю:

- «0 балів» – «Я не можу відмітити зв’язку зі спеціальністю»;
- «1 бал» – зв’язок зі спеціальністю незначний»;
- «2 бали» – зв’язок зі спеціальністю помірний»;
- «3 бали» – зв’язок зі спеціальністю добрий»;
- «4 бали» – зв’язок зі спеціальністю високий»;
- «5 балів» – зв’язок зі спеціальністю повний».

X6, X7 – степінь самостійності в написанні монографії:

- «0 балів» – я не зміг завершити дослідження, щоб написати монографію»;
- «1 бал» – монографія не завершена»;
- «2 бали» – «Мені допомогли завершити роботу над монографією»»;
- «3 бали» – «Я сам написав монографію при консультації і наявності допоміжних матеріалів»»;
- «4 бали» – «Необхідні розрахункові файли створені мною особисто»»;
- «5 балів» – « Монографія написана, набрана на комп’ютері і видана при моїй же власній авторській редакції»».

X8 – оцінка студентами створеної наукової школи:

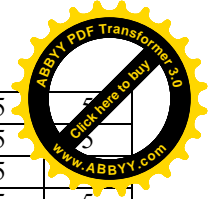
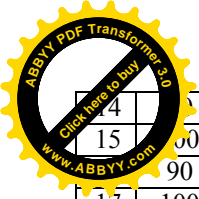


- «1 балів» – наукова школа не відбулась, монографії не написали;
- «1 бал» – 10 відсотків студентів написали власні монографії;
- «2 бали» – 25 відсотків студентів написали монографії;
- «3 бали» – 50 відсотків студентів написали монографії;
- «4 бали» – 75 відсотків студентів написали монографії;
- «5 балів» – 85 відсотків студентів написали монографії.

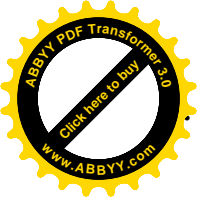
Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].

Таблиця 1.1.Зведена таблиця успішності по шкалі EST

№п.п	Екзаменаційна оцінка		Інтерес вивчення дисциплін	Оцінка викладачу	Трудність вивчення дисципліни	Елем.наук. пошуку	Зв'язок зі спец.	Оцінка моногр.1	Оцінка моногр.2	Оцінка Наук.школ.
	У	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5



14		1	5	5	3	5	5	5	5	
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	
	90	1	5	5	4	4	5	5	5	
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
Σ	3547	38	182	189	148	178	183	183	172	187



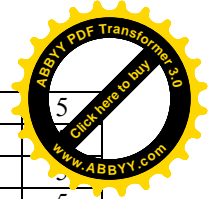
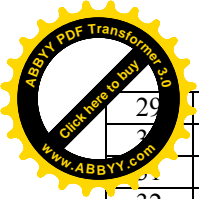
2. Представлення загальних статистичних даних к результатам педагогічного експерименту



Представимо матрицю X коефіцієнтів початкових рівнянь

Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].

1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5



29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5

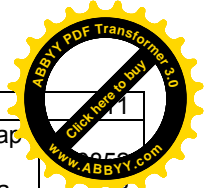
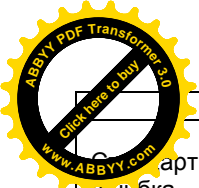
Приведемо описову статистику на 8 останніх стовпчиків матриці (значень X_1, X_2, \dots, X_8)

Відповіді студентів:

- стовпчик – Інтерес до вивчення дисципліни (X_1);
- стовпчик – Оцінка студентами роботи викладача (X_2);
- стовпчик – Трудність вивчення дисципліни (X_3);
- стовпчик – Елементи наукового пошуку (X_4);
- 5.стовпчик – Зв’язок зі спеціальністю (X_5);
- 6.стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 1 (X_6);
- 7.стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 2 (X_7);
- 8.стовпчик – Оцінка студентами роботи наукової школи в цілому (X_8).

Таблиця 1.2. Описова статистика

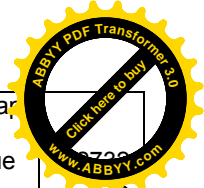
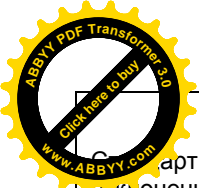
Столбец1	X1	Столбец2	X2	Столбец3	X3	Столбец4	X4
Среднее	4,7894	Среднее	4,9736	Среднее	3,8947	Среднее	4,6842



	73684		84		37		11
Стандартная ошибка	0,0670 22583	Стандартная ошибка	0,0263 16	Стандартная ошибка	0,1450 44	Стандартная ошибка	0,0550 15
Медиана	5	Медиана	5	Медиана	4	Медиана	5
Мода	5	Мода	5	Мода	3	Мода	5
Стандартное отклонение	0,4131 5495	Стандартное отклонение	0,1622 21	Стандартное отклонение	0,8941 09	Стандартное отклонение	0,5253 19
Дисперсия выборки	0,1706 97013	Дисперсия выборки	0,0263 16	Дисперсия выборки	0,7994 31	Дисперсия выборки	0,2759 6
Экссесс	0,1952 77778	Экссесс	38	Экссесс	- 1,2813 3	Экссесс	1,1260 72
Асимметричность	- 1,4791 32976	Асимметричность	- 6,1644 14	Асимметричность	- 0,0245 44	Асимметричность	- 1,4031 7
Интервал	1	Интервал	1	Интервал	3	Интервал	2
Минимум	4	Минимум	4	Минимум	2	Минимум	3
Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5
Сумма	182	Сумма	189	Сумма	148	Сумма	178
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38
Наибольший (1)	5	Наибольший(1)	5	Наибольший(1)	5	Наибольший(1)	5
Наименьший (1)	4	Наименьший(1)	4	Наименьший(1)	2	Наименьший(1)	3
Уровень надежности(95,0%)	0,1358 00652	Уровень надежности(95,0%)	0,0533 21	Уровень надежности(95,0%)	0,2938 86	Уровень надежности(95,0%)	0,1726 68

Продовження таблиці

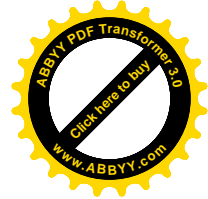
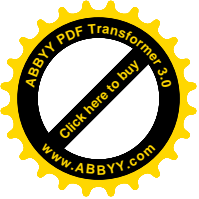
Столбец5	X5	Столбец6	X6	Столбец7	X7	Столбец8	X8
Среднее	4,8157 89	Среднее	4,8157 89	Среднее	4,5263 16	Среднее	4,9210 53
Стандартная ошибка	0,0637 3	Стандартная ошибка	0,1352 27	Стандартная ошибка	0,2222 89	Стандартная ошибка	0,0443 31
Медиана	5	Медиана	5	Медиана	5	Медиана	5
Мода	5	Мода	5	Мода	5	Мода	5



Стандартное отклонение	0,392859	Стандартное отклонение	0,833594	Стандартное отклонение	1,37028	Стандартное отклонение	1,7075
Дисперсия выборки	0,154339	Дисперсия выборки	0,694879	Дисперсия выборки	1,877667	Дисперсия выборки	0,07468
Экссесс	0,925609	Экссесс	32,21157	Экссесс	8,110829	Экссесс	9,054512
Асимметричность	-1,69696	Асимметричность	-5,5434	Асимметричность	-3,0518	Асимметричность	-3,25271
Интервал	1	Интервал	5	Интервал	5	Интервал	1
Минимум	4	Минимум	0	Минимум	0	Минимум	4
Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5
Сумма	183	Сумма	183	Сумма	172	Сумма	187
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38
Наибольший (1)	5	Наибольший(1)	5	Наибольший(1)	5	Наибольший(1)	5
Наименьший (1)	4	Наименьший(1)	0	Наименьший(1)	0	Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,12913	Уровень надежности(95,0%)	0,273996	Уровень надежности(95,0%)	0,4504	Уровень надежности(95,0%)	0,089824

Таблица 1.3. Описовая статистика результатов экзамену (оценки по EST-вектор Y)

<i>Столбец Y</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	1,139162
Медиана	92,5
Мода	100
Стандартное отклонение	7,022267
Дисперсия выборки	49,31223
Экссесс	-0,371058
Асимметричность	-0,668396
Интервал	23
Минимум	77



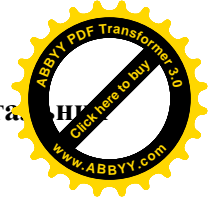
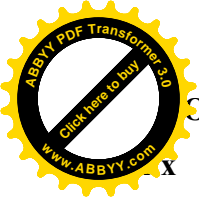
Максимум	100
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	100
Наименьший(1)	77
Уровень надежности(95,0%)	2,308162

Забігаючи вперед, порівняємо статистику оцінок викладача (табл. 1.3) з оцінками, виставленими студентам комп'ютером (табл. 1.4)

Таблиця 1.4. Описова статистика результатів екзамену за оцінками комп'ютера

<i>Столбец1</i>	<i>Y'</i>
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,638385
Медиана	94,46056
Мода	94,46056
Стандартное отклонение	3,935271
Дисперсия выборки	15,48636
Эксцесс	4,247301
Асимметричность	-1,76384
Интервал	21,382
Минимум	80,67039
Максимум	102,0524
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,0524
Наименьший(1)	80,67039
Уровень надежности(95,0%)	1,293491

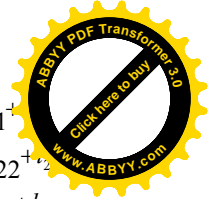
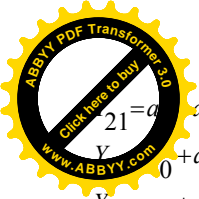
В подальшому приведемо теоретичні основи обробки експериментальних даних.



2. 3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

Представимо n початкових рівнянь у вигляді [2]

$$\begin{aligned} Y_1 &= a_0 + a_1 X_{11} + a_2 X_{21} + a_3 X_{31} + a_4 X_{41} + a_5 X_{51} + a_6 X_{61} + a_7 X_{71} + a_8 X_{81} + l_1, \\ Y_2 &= a_0 + a_1 X_{12} + a_2 X_{22} + a_3 X_{32} + a_4 X_{42} + a_5 X_{52} + a_6 X_{62} + a_7 X_{72} + a_8 X_{82} + l_2, \\ Y_3 &= a_0 + a_1 X_{13} + a_2 X_{23} + a_3 X_{33} + a_4 X_{43} + a_5 X_{53} + a_6 X_{63} + a_7 X_{73} + a_8 X_{83} + l_3, \\ Y_4 &= a_0 + a_1 X_{14} + a_2 X_{24} + a_3 X_{34} + a_4 X_{44} + a_5 X_{54} + a_6 X_{64} + a_7 X_{74} + a_8 X_{84} + l_4, \\ Y_5 &= a_0 + a_1 X_{15} + a_2 X_{25} + a_3 X_{35} + a_4 X_{45} + a_5 X_{55} + a_6 X_{65} + a_7 X_{75} + a_8 X_{85} + l_5, \\ Y_6 &= a_0 + a_1 X_{16} + a_2 X_{26} + a_3 X_{36} + a_4 X_{46} + a_5 X_{56} + a_6 X_{66} + a_7 X_{76} + a_8 X_{86} + l_6, \\ Y_7 &= a_0 + a_1 X_{17} + a_2 X_{27} + a_3 X_{37} + a_4 X_{47} + a_5 X_{57} + a_6 X_{67} + a_7 X_{77} + a_8 X_{87} + l_7, \\ Y_8 &= a_0 + a_1 X_{18} + a_2 X_{28} + a_3 X_{38} + a_4 X_{48} + a_5 X_{58} + a_6 X_{68} + a_7 X_{78} + a_8 X_{88} + l_8, \\ Y_9 &= a_0 + a_1 X_{19} + a_2 X_{29} + a_3 X_{39} + a_4 X_{49} + a_5 X_{59} + a_6 X_{69} + a_7 X_{79} + a_8 X_{89} + l_9, \quad (3.1) \\ Y_{10} &= a_0 + a_1 X_{110} + a_2 X_{210} + a_3 X_{310} + a_4 X_{410} + a_5 X_{510} + a_6 X_{610} + a_7 X_{710} + a_8 X_{810} + l_{10}, \\ Y_{11} &= a_0 + a_1 X_{111} + a_2 X_{211} + a_3 X_{311} + a_4 X_{411} + a_5 X_{511} + a_6 X_{611} + a_7 X_{711} + a_8 X_{811} + l_{11}, \\ Y_{12} &= a_0 + a_1 X_{112} + a_2 X_{212} + a_3 X_{312} + a_4 X_{412} + a_5 X_{512} + a_6 X_{612} + a_7 X_{712} + a_8 X_{812} + l_{12}, \\ Y_{13} &= a_0 + a_1 X_{113} + a_2 X_{213} + a_3 X_{313} + a_4 X_{413} + a_5 X_{513} + a_6 X_{613} + a_7 X_{713} + a_8 X_{813} + l_{13}, \\ Y_{14} &= a_0 + a_1 X_{114} + a_2 X_{214} + a_3 X_{314} + a_4 X_{414} + a_5 X_{514} + a_6 X_{614} + a_7 X_{714} + a_8 X_{814} + l_{14}, \\ Y_{15} &= a_0 + a_1 X_{115} + a_2 X_{215} + a_3 X_{315} + a_4 X_{415} + a_5 X_{515} + a_6 X_{615} + a_7 X_{715} + a_8 X_{815} + l_{15}, \\ Y_{16} &= a_0 + a_1 X_{116} + a_2 X_{216} + a_3 X_{316} + a_4 X_{416} + a_5 X_{516} + a_6 X_{616} + a_7 X_{716} + a_8 X_{816} + l_{16}, \\ Y_{17} &= a_0 + a_1 X_{117} + a_2 X_{217} + a_3 X_{317} + a_4 X_{417} + a_5 X_{517} + a_6 X_{617} + a_7 X_{717} + a_8 X_{817} + l_{17}, \\ Y_{18} &= a_0 + a_1 X_{118} + a_2 X_{218} + a_3 X_{318} + a_4 X_{418} + a_5 X_{518} + a_6 X_{618} + a_7 X_{718} + a_8 X_{818} + l_{18}, \\ Y_{19} &= a_0 + a_1 X_{119} + a_2 X_{219} + a_3 X_{319} + a_4 X_{419} + a_5 X_{519} + a_6 X_{619} + a_7 X_{719} + a_8 X_{819} + l_{19}, \\ Y_{20} &= a_0 + a_1 X_{120} + a_2 X_{220} + a_3 X_{320} + a_4 X_{420} + a_5 X_{520} + a_6 X_{620} + a_7 X_{720} + a_8 X_{820} + l_{20}, \end{aligned}$$

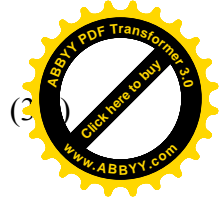
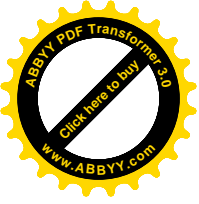


$$\begin{aligned} Y_{21} &= a_0 + a_1 X_{121} + a_2 X_{221} + a_3 X_{321} + a_4 X_{421} + a_5 X_{521} + a_6 X_{621} + a_7 X_{721} + a_8 X_{821} + l_{21}, \\ Y_{22} &= a_0 + a_1 X_{122} + a_2 X_{222} + a_3 X_{322} + a_4 X_{422} + a_5 X_{522} + a_6 X_{622} + a_7 X_{722} + a_8 X_{822} + l_{22}, \\ Y_{23} &= a_0 + a_1 X_{123} + a_2 X_{223} + a_3 X_{323} + a_4 X_{423} + a_5 X_{523} + a_6 X_{623} + a_7 X_{723} + a_8 X_{823} + l_{23}, \\ Y_{24} &= a_0 + a_1 X_{124} + a_2 X_{224} + a_3 X_{324} + a_4 X_{424} + a_5 X_{524} + a_6 X_{624} + a_7 X_{724} + a_8 X_{824} + l_{24}, \\ Y_{25} &= a_0 + a_1 X_{125} + a_2 X_{225} + a_3 X_{325} + a_4 X_{425} + a_5 X_{525} + a_6 X_{625} + a_7 X_{725} + a_8 X_{825} + l_{25}, \\ Y_{26} &= a_0 + a_1 X_{126} + a_2 X_{226} + a_3 X_{326} + a_4 X_{426} + a_5 X_{526} + a_6 X_{626} + a_7 X_{726} + a_8 X_{826} + l_{26}, \\ Y_{27} &= a_0 + a_1 X_{127} + a_2 X_{227} + a_3 X_{327} + a_4 X_{427} + a_5 X_{527} + a_6 X_{627} + a_7 X_{727} + a_8 X_{827} + l_{27}, \\ Y_{28} &= a_0 + a_1 X_{128} + a_2 X_{228} + a_3 X_{328} + a_4 X_{428} + a_5 X_{528} + a_6 X_{628} + a_7 X_{728} + a_8 X_{828} + l_{28}, \\ Y_{29} &= a_0 + a_1 X_{129} + a_2 X_{229} + a_3 X_{329} + a_4 X_{429} + a_5 X_{529} + a_6 X_{629} + a_7 X_{729} + a_8 X_{829} + l_{29}, \\ Y_{30} &= a_0 + a_1 X_{130} + a_2 X_{230} + a_3 X_{330} + a_4 X_{430} + a_5 X_{530} + a_6 X_{630} + a_7 X_{730} + a_8 X_{830} + l_{30}, \\ Y_{31} &= a_0 + a_1 X_{131} + a_2 X_{231} + a_3 X_{331} + a_4 X_{431} + a_5 X_{531} + a_6 X_{631} + a_7 X_{731} + a_8 X_{831} + l_{31}, \\ Y_{32} &= a_0 + a_1 X_{132} + a_2 X_{232} + a_3 X_{332} + a_4 X_{432} + a_5 X_{532} + a_6 X_{632} + a_7 X_{732} + a_8 X_{832} + l_{32}, \\ Y_{33} &= a_0 + a_1 X_{133} + a_2 X_{233} + a_3 X_{333} + a_4 X_{433} + a_5 X_{533} + a_6 X_{633} + a_7 X_{733} + a_8 X_{833} + l_{33}, \\ Y_{34} &= a_0 + a_1 X_{134} + a_2 X_{234} + a_3 X_{334} + a_4 X_{434} + a_5 X_{534} + a_6 X_{634} + a_7 X_{734} + a_8 X_{834} + l_{34}, \\ Y_{35} &= a_0 + a_1 X_{135} + a_2 X_{235} + a_3 X_{335} + a_4 X_{435} + a_5 X_{535} + a_6 X_{635} + a_7 X_{735} + a_8 X_{835} + l_{35}, \\ Y_{36} &= a_0 + a_1 X_{136} + a_2 X_{236} + a_3 X_{336} + a_4 X_{436} + a_5 X_{536} + a_6 X_{636} + a_7 X_{736} + a_8 X_{836} + l_{36}, \\ Y_{37} &= a_0 + a_1 X_{137} + a_2 X_{237} + a_3 X_{337} + a_4 X_{437} + a_5 X_{537} + a_6 X_{637} + a_7 X_{737} + a_8 X_{837} + l_{37}, \\ Y_{38} &= a_0 + a_1 X_{138} + a_2 X_{238} + a_3 X_{338} + a_4 X_{438} + a_5 X_{538} + a_6 X_{638} + a_7 X_{738} + a_8 X_{838} + l_{38}. \end{aligned}$$

Або в матричній формі

$$Y = Xa + l, \tag{3.2}$$

де Y – вектор-стовпець екзаменаційних оцінок по 100-бальній шкалі EST



$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_{38} \end{bmatrix}$$

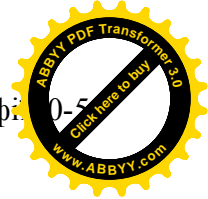
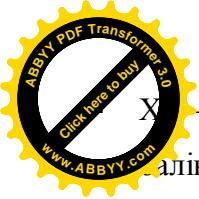
X – матриця експертних оцінок студентів проведеного анкетування після здачі екзамену

$$X = \left. \begin{array}{cccccc} X_{00} & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{81} \\ X_{00} & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{82} \\ X_{00} & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{83} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{00} & X_{138} & X_{238} & X_{338} & \dots & X_{838} \end{array} \right\} \quad (3.4)$$

X_0 – фіктивний фактор, всі значення якого дорівнюють одиниці.

Досліджувані фактори:

- X_1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X_2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X_3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X_4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X_5 – зв'язок зі спеціальністю (0-5 балів);



X_6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);

- X_7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X_8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

Другим індексом позначений номер студента в загальному списку. Всього в експерименті приймало участь 38 студентів.

α – вектор-стовпець невідомих коефіцієнтів емпіричної формули

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \alpha_8 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

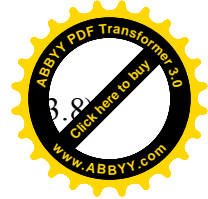
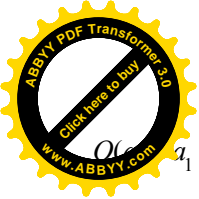
l – вектор-стовпець відхилень фактичних даних від розрахункових

$$l = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ l_{38} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Так як

$$l = Y - X\alpha, \quad (3.7)$$

то функціонал Q буде



$$Q(a_1 \ a_2 \ a_3 \ \dots \ a_8) = \sum_{i=1}^{38} l_i^2,$$

тобто

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = l^T l = [Y - [X]a]^T [Y - [X]a], \tag{3.9}$$

Або (3.10)

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - Y^T [X]a - a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a,$$

і (3.11)

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - 2a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a.$$

Для функціонала $Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ \dots \ a_8)$ в точці екстремуму виконується умова

$$\frac{dQ}{da^T} = 0. \tag{5.3.12}$$

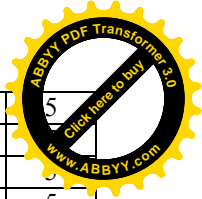
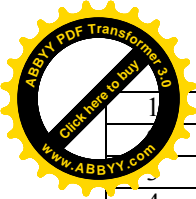
З цієї умови отримаємо

$$\frac{dQ}{da^T} = -2[X]^T Y + 2[X]^T [X]a \Rightarrow [X]^T [X]a = [X]^T Y. \tag{3.13}$$

Домножуючи зліва останнє матричне рівняння на матрицю обернену матриці $[X]^T [X]$, отримаємо шуканий вектор a

$$a = \left[[X]^T [X] \right]^{-1} [X]^T Y, \tag{3.14}$$

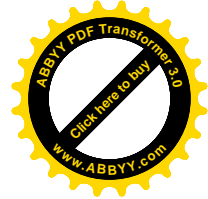
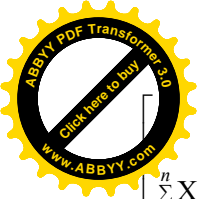
де



1	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5

$$N = [X]^T X, \tag{3.17}$$

або



$$N = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{mi} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n X_{mi} & \sum_{i=1}^n X_{mi} X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{mi} X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{mi} X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi}^2 \end{bmatrix} \quad (5.3.18)$$

І в нашому випадку, ми отримали

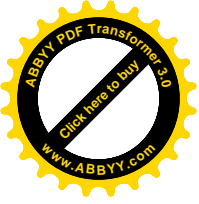
Таблиця 3.3. Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N

38	182	189	148	178	183	183	172	187
182	878	906	708	854	881	880	833	897
189	906	941	737	886	911	910	856	930
148	708	737	606	695	713	712	674	729
178	854	886	695	844	860	855	803	877
183	881	911	713	860	887	885	838	902
183	880	910	712	855	885	907	855	905
172	833	856	674	803	838	855	848	851
187	897	930	729	877	902	905	851	923

Вектор вільних членів розраховується за формулою

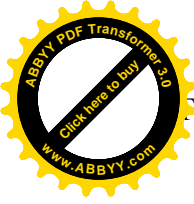
$$\ell = [X]^T Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{138} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{238} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & \dots & X_{338} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{81} & X_{82} & X_{83} & \dots & X_{838} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \dots \\ Y_{38} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{38} Y_i \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{2i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{3i} \\ \dots \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{8i} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

При цьому вектор результуючих ознак



№п.п	Екз.оц
	У
1	100
2	90
3	90
4	100
5	89
6	89
7	95
8	100
9	90
10	89
11	100
12	80
13	89
14	90
15	100
16	90
17	100
18	100
19	77
20	77
21	100
22	100
23	90
24	100
25	100
26	100
27	100
28	100
29	100
30	85
31	90
32	90
33	86
34	86
35	100
36	90
37	95
38	100
Σ	3547

І в нашому випадку вектор вільних членів



Таблиця 3.4. Вектор вільних членів нормальних рівнянь.

3547
17023
17646
13821
16593
17098
17158
16237
17470

Представимо формулу (3.14) у вигляді

$$a = [N]^{-1} * l, \quad (3.20)$$

Де обернена матриця до матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь має вигляд

$$N^{-1} = \left[[X]^T [X] \right]^{-1}, \quad (3.21)$$

вектор вільних членів

$$l = [X]^T Y. \quad (3.22)$$

Обернену матрицю знаходимо в MS Excel за формулою

$$=МОБР(A54:I62). \quad (3.23)$$

В нашому випадку матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь знаходиться в діапазоні (A54:I62). Попередньо виділивши масив під обернену матрицю, натиском клавіш F2 , Ctrl+Shift + Enter , отримали

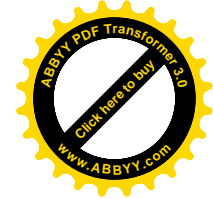
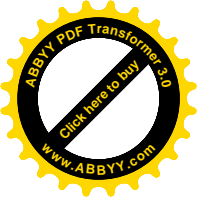


Таблица 3.5. Обернена матрица $Q=N^{-1}$

37,60993079	0,17429873	5,864444295	0,097911	0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,17429873	0,399089485	0,121236141	0,019524	0,0320383	0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
5,864444295	-0,12123614	1,319023213	-0,04679	-0,039853	0,142807802	0,009081906	0,018637	0,183033
0,097910912	0,0195237	0,046786832	0,037681	-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,09744857	0,032038288	-0,03985332	-0,00493	0,1412042	0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
0,307394507	-0,28479067	0,142807802	0,003788	-0,106927	0,551223037	0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,109580929	0,014785251	0,009081906	0,007933	0,0210523	0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,033235048	-0,01321701	0,018636552	-0,00678	0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
2,488659681	-0,07086638	0,183032862	-0,02198	-0,069307	0,043027119	0,110034524	0,014732	0,609304



перемноживши обернену матрицю на вектор вільних членів за формулою (5.3.20) отримали

Таблиця 3.6. Вектор шуканих коефіцієнтів.

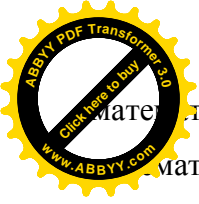
$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$

A=Q*L	
54,49228	a0
5,747557	a1
5,200595	a2
-0,07381	a3
-0,96701	a4
-6,97838	a5
0,037116	a6
2,585372	a7
2,43821	a8
Вектор коефіцієнтів істинної моделі	

Коефіцієнти емпіричної формули побудованої атематичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи розраховувались в MS Excel за формулою

$$= \text{МУМНОЖ}(A66:I74; K54:K62). \quad (3.24)$$

При цьому обернена матриця знаходилась в діапазоні (A66:I54), а вектор вільних членів розміщувався в діапазоні (K54:K62). Попередньо виділивши масив під вектор коефіцієнтів математичної моделі, натиском клавіш F2, Ctrl +Shift + Enter, отримали вище приведені значення, на основі чого представ-ляємо

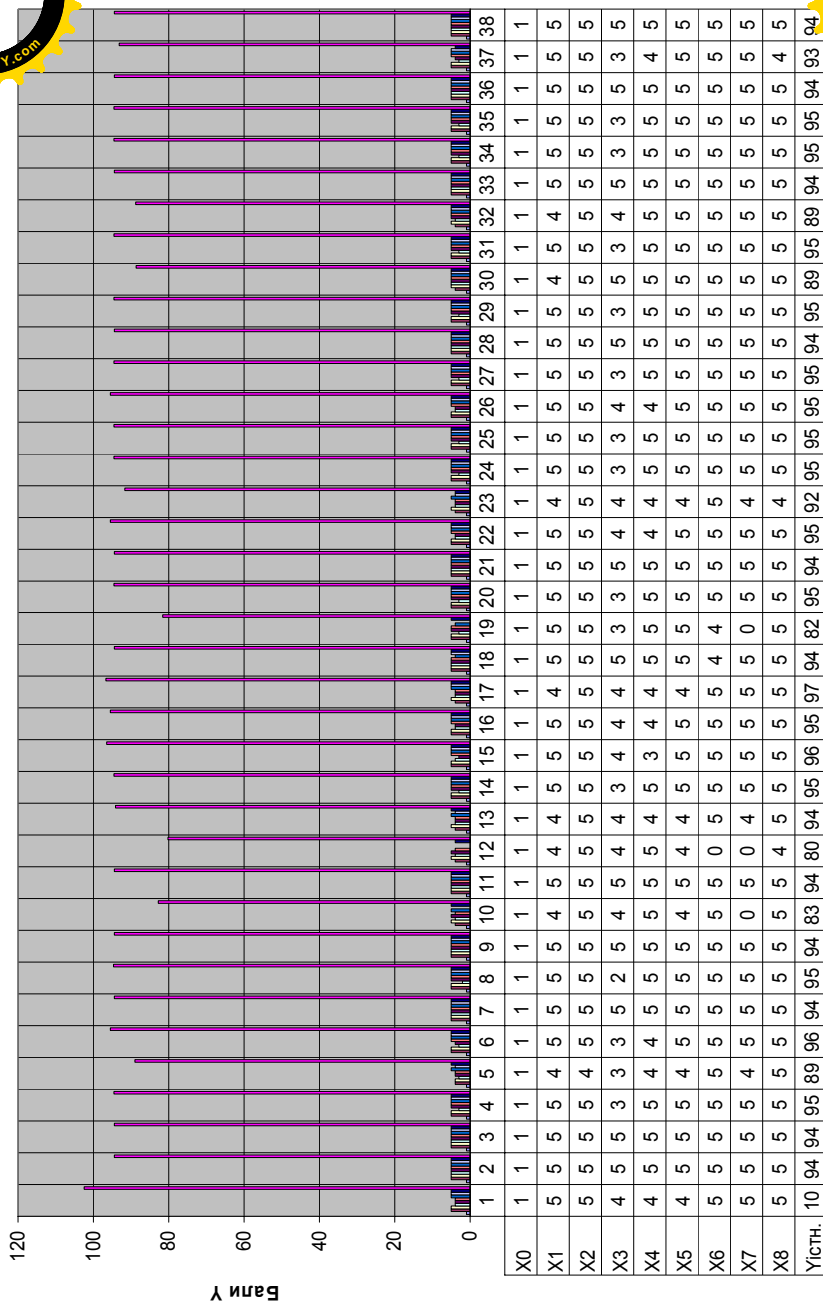
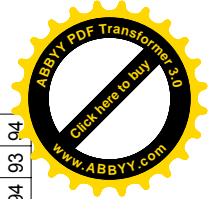
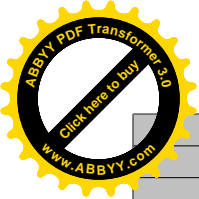


математичну модель базової дисципліни в рамках функціональної моделі математичної школи, яку приймаємо за істинну модель.

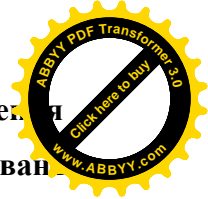
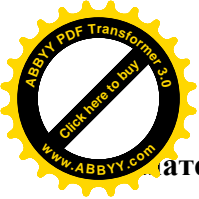
$$Y_{\text{істн.}} = 54.49228X_0 + 5.747557X_1 + 5.200595X_2 - 0.07381X_3 - 0.96701X_4 - 6.97838X_5 + 0.037116X_6 + 2.585372X_7 + 2.43821X_8. \quad (3.24)$$

Побудувавши ймовірнішу модель по способу найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно побудувати спотворену математичну модель методом статистичних випробувань Монте Карло і зрівноважити її по способу найменших квадратів, виконавши повну оцінку точності зрівноважених елементів. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.

На діаграмі 1 приведена істинна модель, в яку в подальшому вводилися істинні похибки, будувалася спотворена модель, зрівноважувалась по способу найменших квадратів, аналізувалась і досліджувалась, що і було предметом досліджень даної монографії.



Експертні оцінки X



2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань

Монте Карло

При проведенні досліджень приймемо середню квадратичну похибку оцінки відповіді студента викладачем в 0,5 балів за шкалою EST.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,5 .

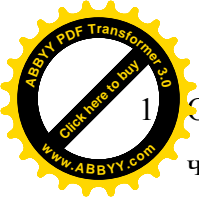
Користуючись таблицями псевдовипадкових чисел ряд років, ми прийшли до висновку, що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олегом Олександровичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича.

Але, приймаючи до уваги, що нам буде потрібно для кожної математичної моделі по 38 псевдовипадкових чисел, в даній роботі будемо генерувати псевдовипадкові числа за формулою

$$\xi = \text{СЛЧИС}() * 0,01 * N \quad , \quad (4.1)$$

де N – номер варіанту (дві останні цифри математичної моделі).

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.



1

Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ξ_i , розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ξ_{cp} .

$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n}, \quad (4.2)$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \quad (4.3)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гаусса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta'^2_i}{n}}, \quad (4.4)$$

4. Вчислюють коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m'_{\Delta'}}, \quad (4.5)$$

де C – необхідна нормована константа.

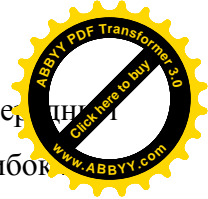
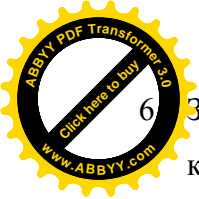
Так, наприклад, при $m_{\Delta'} = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357$, а при $C=0,05$, отримаємо $K_{0,05} = 0,05/0,28=0,178$.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K, \quad (4.6)$$





6

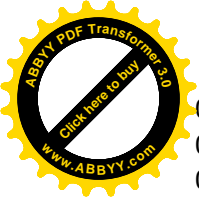
Заклучним контролем служит розрахунок середньої квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок

$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta^2}{n}}, \quad (4.7)$$

і порівняння $m_{\Delta} = C$ (4.8)

Таблиця 4.1. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок

$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$	$\xi_{\text{середн}}$	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{\text{ср.}}$	$\Delta_i'^2$	$\Delta_i = k * \Delta'_i$	Δ_i^2
0,059	0,032	0,027	0,001	0,726	0,527
0,013	0,032	-0,019	0,000	-0,498	0,248
0,051	0,032	0,020	0,000	0,518	0,268
0,049	0,032	0,017	0,000	0,455	0,207
0,058	0,032	0,026	0,001	0,686	0,471
0,023	0,032	-0,009	0,000	-0,229	0,053
0,019	0,032	-0,013	0,000	-0,347	0,120
0,042	0,032	0,010	0,000	0,277	0,077
0,018	0,032	-0,014	0,000	-0,363	0,132
0,007	0,032	-0,025	0,001	-0,651	0,423
0,011	0,032	-0,021	0,000	-0,561	0,315
0,057	0,032	0,025	0,001	0,671	0,451
0,037	0,032	0,005	0,000	0,132	0,018
0,008	0,032	-0,024	0,001	-0,639	0,409
0,019	0,032	-0,013	0,000	-0,334	0,111
0,031	0,032	-0,001	0,000	-0,015	0,000
0,009	0,032	-0,023	0,001	-0,601	0,361
0,001	0,032	-0,030	0,001	-0,801	0,641
0,021	0,032	-0,011	0,000	-0,295	0,087
0,009	0,032	-0,023	0,001	-0,614	0,377
0,028	0,032	-0,004	0,000	-0,109	0,012
0,060	0,032	0,028	0,001	0,738	0,545
0,010	0,032	-0,022	0,000	-0,572	0,327
0,016	0,032	-0,016	0,000	-0,422	0,178
0,052	0,032	0,020	0,000	0,522	0,272



0,053	0,032	0,021	0,000	0,553	0,309
0,043	0,032	0,012	0,000	0,309	0,195
0,025	0,032	-0,007	0,000	-0,181	0,295
0,058	0,032	0,026	0,001	0,694	0,482
0,037	0,032	0,005	0,000	0,139	0,019
0,045	0,032	0,014	0,000	0,358	0,128
0,008	0,032	-0,024	0,001	-0,627	0,393
0,057	0,032	0,026	0,001	0,674	0,454
0,043	0,032	0,012	0,000	0,309	0,096
0,010	0,032	-0,022	0,000	-0,587	0,344
0,030	0,032	-0,002	0,000	-0,059	0,003
0,033	0,032	0,001	0,000	0,024	0,001
0,059	0,032	0,027	0,001	0,719	0,517
Σ1,207	1,207	0,000	0,014	0,000	9,500

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{([\Delta_i^2/n])}$$

$$0,018928792$$

Коефіцієнт пропорційності

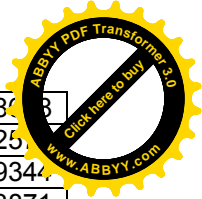
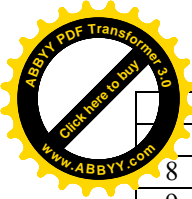
$$K = \frac{0,5}{0,018928792} = 26,414787.$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,5$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{9,500}{38}} = 0,5 .$$

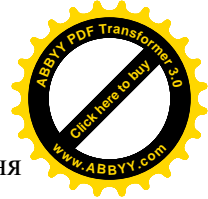
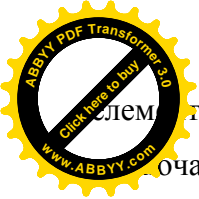
Таблиця 4.2. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$Y_{сномв.} = Y_{іст.} + \Delta_i$
	Екз.оцін.	Уіст.=X*A		
2	100	102,4597125	0,726	103,18548
3	90	94,44050746	-0,498	93,94253
4	90	94,44050746	0,518	94,95839
5	100	94,58812998	0,455	95,04293



	89	89	0,686	89,68683
	89	95,55514436	-0,229	95,32583
8	95	94,44050746	-0,347	94,09344
9	100	94,66194123	0,277	94,93871
10	90	94,44050746	-0,363	94,07772
11	89	82,81828264	-0,651	82,16776
12	100	94,44050746	-0,561	93,87969
13	80	80,19449082	0,671	80,86581
14	89	94,12678395	0,132	94,25914
15	90	94,58812998	-0,639	93,94896
16	100	96,44834749	-0,334	96,11480
17	90	95,48133311	-0,015	95,46635
18	100	96,71215568	-0,601	96,11129
19	100	94,40339101	-0,801	93,60275
20	77	81,62415487	-0,295	81,32960
21	77	94,58812998	-0,614	93,97424
22	100	94,44050746	-0,109	94,33133
23	100	95,48133311	0,738	96,21938
24	90	91,68857438	-0,572	91,11666
25	100	94,58812998	-0,422	94,16570
26	100	94,58812998	0,522	95,10968
27	100	95,48133311	0,553	96,03421
28	100	94,58812998	0,309	94,89707
29	100	94,44050746	-0,181	94,25935
30	100	94,58812998	0,694	95,28246
31	85	88,69295063	0,139	88,83225
32	90	94,58812998	0,358	94,94588
33	90	88,76676189	-0,627	88,13964
34	86	94,44050746	0,674	95,11442
35	86	94,58812998	0,309	94,89731
36	100	94,58812998	-0,587	94,00126
37	90	94,44050746	-0,059	94,38141
38	95	93,11693479	0,024	93,14067
39	100	94,44050746	0,719	95,15962
Σ	3547	3547	0,000	3547,00000

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених



Елементи і дають порівняльний аналіз на основі якого починають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.

РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження

3. 5. Реалізація процедури строгого зрівноваження

За формулою (3.19) отримаємо вектор вільних членів нормальних рівнянь

$$=МУМНОЖ(A46:AL54;AI2:AI39) F2, Ctrl+Shift+Enter (5.1)$$

L'=Xт*Успт.
3547
17023,82106
17645,31362
13819,00757
16592,22509
17097,60748
17155,73858
16238,12199
17469,87685

Вектор
вільних
членів

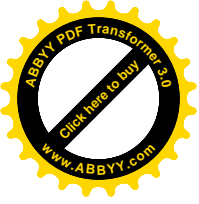
Вектор коефіцієнтів математичної моделі , побудованої в даній монографії, отримаємо за формулою

$$A' = QL', \tag{5.2}$$

І в нашому випадку

$$=МУМНОЖ(A68:I76;R68:R76) F2, Ctrl+Shift+Enter (5.3)$$

A'=Q*L'	
58,365331	a0
6,166970	a1
4,394766	a2
-0,121251	a3
-0,995267	a4



-7,284693	a5
-0,187306	a6
2,674662	a7
2,559115	a8
Вектор коефіцієнтів	
зрівноваженої моделі	

Таким чином, на основі проведених нами досліджень, отримана емпірична формула математичної моделі якості базової дисципліни в рамках наукової школи

$$Y_{\text{моделі}}' = 58.365331X_0 + 6.166970X_1 + 4.394766X_2 - 0.121251X_3 - 0.995267X_4 - 7.284693X_5 - 0.187306X_6 + 2.674662X_7 + 2.559115X_8. \quad (5.4)$$

3. 6. Контроль зрівноваження

Перший контроль виконання процедури зрівноваження виконується за формулою

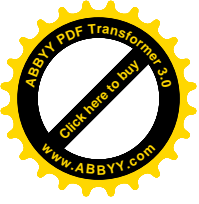
$$L' = N * A' \quad (6.1)$$

або для нашого розрахункового файла

$$= \text{МУМНОЖ}(\text{A57:I65}; \text{T68:T76}) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter} \quad (6.2)$$

І в нашому випадку

L'=N*A'
3547,000
17023,821



17645,314
13819,008
16592,225
17097,607
17155,739
16238,122
17469,877
Контроль1

Другий контроль процедури зрівноваження виконується за формулою

$$[YY] - a_0[Y] - a_1[YX_1] - a_2[YX_2] - a_3[YX_3] - a_4[YX_4] - a_5[YX_5] - a_6[YX_6] - a_7[YX_7] - a_8[YX_8] = [VV] \quad (6.3)$$

У формулі (6.3) символом [] позначені суми за Гаусом.

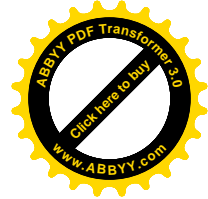
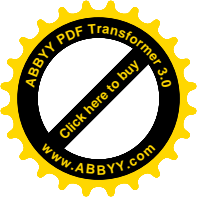
Розрахунок був проведений в MS Excel за формулою
 =S40-МУМНОЖ(ТРАНСП(Т68:Т76);R68:R76))F2, Ctrl+Shift+Enter
 (6.4)

В чарунку S40 знаходилася сума квадратів [YY], в діапазоні (Т68:Т76) знаходилися значення $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$, в діапазоні (R68:R76) знаходилися вільні члени нормальних рівнянь.

В матричній формі запис формули контролю зрівноваження буде

$$[Y^T Y] - \ell K^T = [V^T V] \quad (6.5)$$

В нашому випадку отримали



$$\begin{cases} Y^T Y - \ell K^T = 7,7730769, \\ V^T V = 7.7730769. \end{cases}$$

Різниця між даними числами склала 0.00000003 , що говорить про коректність процедури зрівноваження в цілому.

Третім контролем процедури зрівноваження був розрахунок за формулою

$$= \text{ЛИНЕЙН}(R2:R39;H2:P39;1;1) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter.} \text{ (6.6)}$$

Діапазоном (R2:R39) відмічені екзаменаційні оцінки $Y_{сп}$, діапазоном (H2:P39) відмічені результати експертних оцінок студентів.

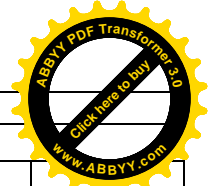
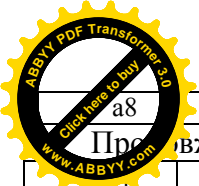
В строчці (1) приведені коефіцієнти моделі, які повністю співпадають з відповідними коефіцієнтами в отриманій нами формулі (3.24) математичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи .

В другій строчці приведені середні квадратичні похибки (стандарти) даних коефіцієнтів.

Як видно із табл.6.1 , лише для коефіцієнтів $a_8, a_7, a_5, a_4, a_2, a_1$ і a_0 середні квадратичні похибки менші самих коефіцієнтів.

Таблиця 6.1. Другий контроль процедури зрівноваження

a8	a7	a6	a5	=ai	A"трансп
2,559115161	2,674661952	-0,18730603	-7,284692603	стандарт S	ai=S\vdii
0,404123808	0,092067369	0,1521671	0,384380337	R^2	μ
0,988276773	0,517723028	#Н/Д	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
305,5901971	29	#Н/Д	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]
655,2761653	7,773076891	#Н/Д	#Н/Д		

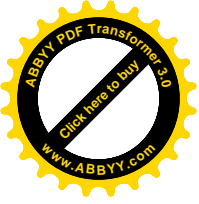


a8	a7	a6	a5			
Продовження таблиці 6.1.						
	a 3	a 2	a 1	a 0		
-0,995267	-0,121251	4,39476649	6,16697	58,365331	=ai	A"трансп
0,194546	0,100498	0,59459835	0,327064	3,1750367	стандарт S	ai=S√dii
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	R^2	μ
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]
a 4	a 3	a 2	a 1	a 0		

Розраховуючи зрівноважені значення \tilde{Y} , отримали

Таблиця 6.2.Зрівноважені значення Y'

Y'=X*A'	V=Y'-Ycpт	VV
102,8015279	-0,38395	0,147417
94,40031747	0,45779	0,209572
94,40031747	-0,55807	0,311442
94,64281884	-0,40011	0,16009
89,6863799	0,00000	8,4E-24
95,63808603	0,31234	0,097554
94,40031747	0,30688	0,094177
94,76406953	-0,17464	0,030498
94,40031747	0,32260	0,10407
82,26598071	0,09822	0,009648
94,40031747	0,52063	0,271056
80,64339571	-0,22242	0,04947
93,9598957	-0,29924	0,089547
94,64281884	0,69386	0,481436
96,51210253	0,39730	0,15785
95,51683535	0,05049	0,002549
96,63455766	0,52327	0,273809
94,5876235	0,98487	0,969975
81,45681512	0,12722	0,016185
94,64281884	0,66858	0,446995
94,40031747	0,06899	0,00476
95,51683535	-0,70254	0,493569
91,40078054	0,28412	0,080725
94,64281884	0,47712	0,227646
94,64281884	-0,46686	0,217961



95,51683535	-0,51738	0,267679
94,64281884	-0,25425	0,064643
94,40031747	0,14097	0,019873
94,64281884	-0,63964	0,409142
88,23334718	-0,59891	0,358689
94,64281884	-0,30306	0,091848
88,35459787	0,21496	0,046207
94,40031747	-0,71410	0,509942
94,64281884	-0,25449	0,064764
94,64281884	0,64155	0,411592
94,40031747	0,01891	0,000358
93,07897087	-0,06170	0,003807
94,40031747	-0,75930	0,576533
3547	-3,21E-10	7,773077

3. 7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

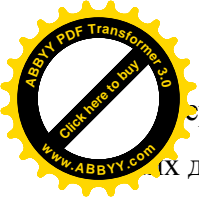
Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} \quad (7.1)$$

У формулі (7.1) n - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n = 38$; $K = 9$. V - різниця між вирахованим значенням y' і вихідним значенням y_i

$$V_i = y'_i - y_i \quad (7.2)$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (5.4) значення X початкових рівнянь отримаємо розрахункові значення y' , які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень $Y_{истн.}$.



середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами цих досліджень

$$\mu = \sqrt{(7,773077/29)} = 0,517723$$

Коваріаційна матриця $K=N^{-1}\mu^2$

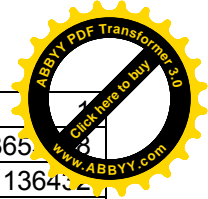
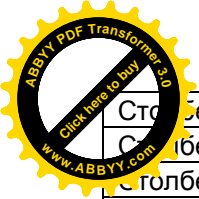
10,08085807	0,046718532	-1,571888842	0,026244
0,046718532	0,106970802	-0,032495788	0,005233
-1,571888842	-0,03249579	0,353547202	-0,01254
0,02624376	0,005233077	-0,012540608	0,0101
0,026119835	0,008587451	-0,01068217	-0,00132
0,082393143	-0,07633447	-0,038277794	0,001015
0,029371758	0,003962996	-0,002434288	0,002126
0,008908227	-0,00354265	0,004995288	-0,00182
-0,667053209	-0,01899482	0,049059604	-0,00589
X0	X1	X2	X3

Продовження коваріаційної матриці $K=N^{-1}\mu^2$

0,0261198	0,082393143	0,029371758	0,008908	-0,66705
0,0085875	-0,076334475	0,003962996	-0,00354	-0,01899
-0,010682	-0,038277794	-0,002434288	0,004995	0,04906
-0,00132	0,001015269	0,002126271	-0,00182	-0,00589
0,037848	-0,028660491	0,005642792	0,003535	-0,01858
-0,02866	0,147748243	-0,00095484	-0,01023	-0,01153
0,0056428	-0,00095484	0,023154826	-0,00723	-0,02949
0,0035349	-0,01022559	-0,007231162	0,008476	0,003949
-0,018577	-0,011532866	-0,029493338	0,003949	0,163316
X4	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця факторних ознак R

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413



Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,365308801
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136431967
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці факторних ознак R

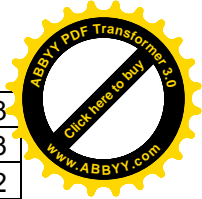
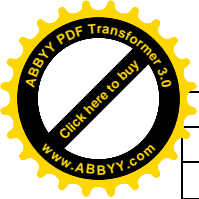
Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8
0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683
0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
1	0,306225931	0,486201	0,364366
0,306225931	1	0,631377	0,527649
0,486201157	0,631376931	1	0,330486
0,364366275	0,527648579	0,330486	1
X5	X6	X7	X8

Обернена кореляційна матриця Z=1/R

	1	2	3	4
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488
8	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці Z=1/R

5	6	7	8
-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604
-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221



0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873
-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813
3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092
-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744
-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115
-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603
X5	X6	X7	X8

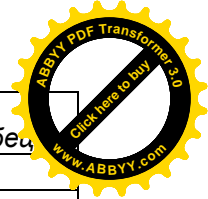
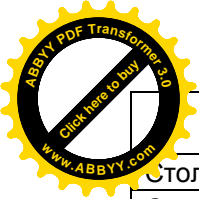
Частинні коефіцієнти кореляції $r_{ij} = z_{ij} / \sqrt{(z_{ii} * z_{jj})}$

	1	2	3	4
1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616
2	-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345
3	0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці

	5	6	7	8
	-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371
	-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167
	0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
	-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
	1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424
	-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961
	-0,288949188	-0,51615674	1	0,10613
	-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1
	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту $R(Y_{\text{сповт.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$



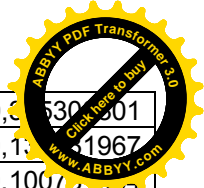
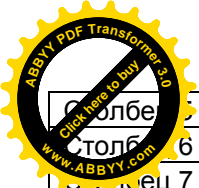
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,566005136	1		
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1	
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	0,035077255
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671

Продовження кореляційної матриці
 $R(Y_{\text{сповт.}}, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8)$

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
1				
0,36039265	1			
-				
0,140922936	0,304486	1		
-				
0,107266457	0,483982	0,63073	1	
0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
X4	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
 $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, Y'_{\text{зривн.}})$

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,31835727	1		
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1	
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1



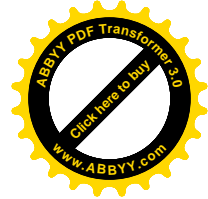
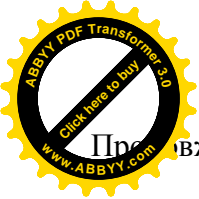
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,306225931
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,100719455
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100719455
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці
 $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, Y'_{зрівн.})$

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
1				
0,306225931	1			
0,486201157	0,631377	1		
0,364366275	0,527649	0,330486	1	
0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X5	X6	X7	X8	Y'зрівн.

Кореляційна матриця істинної моделі
 $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, Y_{істн.})$

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1	
Столбец 4	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1
Столбец 5	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282
Столбец 6	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226
Столбец 7	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455
Столбец 8	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639
Столбец 9	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513
Столбец 10	#ДЕЛ/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245
		X1	X2	X3



Продовження кореляційної матриці істинної моделі

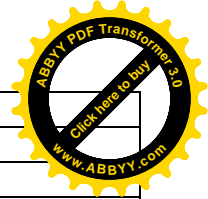
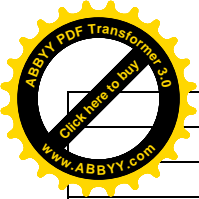
Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,365309	1				
-0,13643	0,306226	1			
-0,10078	0,486201	0,631377	1		
0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
X4	X5	X6	X7	X8	Үістн.

Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	0,323592401	#ДЕЛ/0!	1	
Столбец 4	0,103017993	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1
Столбец 5	0,027413357	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763
Столбец 6	-0,160412227	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446
Столбец 7	0,16061577	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044
Столбец 8	0,352719734	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127
Столбец 9	0,511634281	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219
Столбец 10	0,211627189	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095
	Үекзам.	X0	X1	X2

Продовження кореляційної матриці результатів екзамену

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10



	1				
0,099941282	1				
0,020248226	0,365309	1			
-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
X3	X4	X5	X6	X7	X8

Оберненими вагами встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі будуть діагональні елементи оберненої матриці Q.

Середні квадратичні похибки коефіцієнтів розраховують за формулою

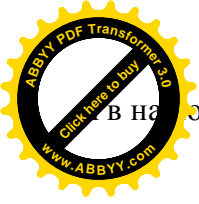
$$m_a = \mu \sqrt{Q_{I=J}}, \tag{7.3}$$

Таблиця 7.1. Обернені ваги встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі і їх середні квадратичні похибки

	1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma
a0	37,60993	6,1326936	3,175037
a1	0,399089	0,6317353	0,327064
a2	1,319023	1,14848736	0,594598
a3	0,037681	0,19411615	0,100498
a4	0,141204	0,37577152	0,194546
a5	0,551223	0,74244396	0,38438
a6	0,086387	0,29391603	0,152167
a7	0,031624	0,17783132	0,092067
a8	0,609304	0,78057916	0,404124

Значимість коефіцієнтів встановлюється за формулою

$$t_a = a / m_a, \tag{7.4}$$



В на цьому випадку отримаємо

	$t=a/ma$	
a0	18,38257	
a1	18,85555	Інтерес
a2	7,391151	Роб.викл.
a3	1,206494	Трудність
a4	5,115856	Наук.пош.
a5	18,95178	Зв'яз.спец
a6	1,230923	Моногр.1
a7	29,05114	Моногр.2
a8	6,332503	Наук.школ
	Значимість	

Для коефіцієнтів регресії $a_0, a_1, a_2, a_4, a_5, a_7, a_8$ $t >$
 $t(0,05;30)=2,042272$,

тобто коефіцієнти регресії статистично значимі, а значить і сама математична модель адекватно описує якість засвоєння дисципліни.

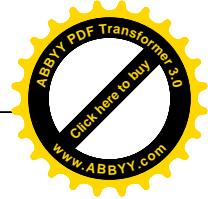
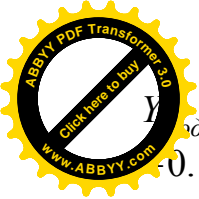
Коефіцієнти a_3, a_6 незначимі і їх можна виключити з розгляду.

Згідно таблиці 6.1 коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,9885511$, тобто маємо дуже тісну кореляцію з моделлю.

За критерієм Фішера-Снедекора ми отримали

	$F_{0,05;8;29}$	2,278251
$F =$	305,5902	$F > F_{табл.}$

Оскільки $F > F(0.05;8;29)$, тобто $(305,590 > 2,278)$, то згідно критерію Фішера з надійністю $P=0,95$ математичну модель



$$Y_{\text{одели}} = 58.365331X_0 + 6.166970X_1 + 4.394766X_2 - 0.121251X_3 - 0.995267X_4 - 7.284693X_5 - 0.187306X_6 + 2.674662X_7 + 2.559115X_8. \quad (5.4)$$

можна вважати адекватною експериментальним даним і на підставі прийнятої моделі можна проводити педагогічний аналіз.

Знайдемо значення оберненої ваги зрівноваженої функції $1/P_{\varphi}$ за Формулою

$$\frac{1}{P_{\varphi}} = \varphi Q \varphi^T \quad (7.5)$$

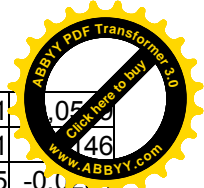
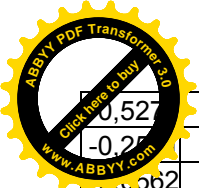
Для цього попередньо перемножимо матриці

$$Q' = XN^{-1}, \quad (7.6)$$

=МУМНОЖ(Н2:P39;A68:I76) F2, Ctrl+Shift+Enter. (7.7)

Допоміжна матриця Q'

-0,5590	0,2842	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4620	-0,0133	0,0303	0,1049
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
5,0000	0,0000	-1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-0,3495	-0,0202	0,0736	-0,0303	-0,1016	0,0855	-0,0248	-0,0011	0,0839
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,3500	-0,0076	0,0805	-0,0729	0,0446	-0,0252	-0,0117	0,0189	0,0365
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,8020	-0,0168	0,1578	0,0131	0,0437	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
1,1387	-0,0199	0,0202	-0,0046	0,0077	-0,0325	-0,1941	0,0187	-0,0263
-0,7665	-0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0448	-0,1390	-0,0011	0,0119	0,1611
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3491	-0,0327	0,0667	0,0124	-0,2477	0,1962	-0,0380	-0,0211	0,1312
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1065	0,0893	-0,0169	-0,0079	0,0619
-0,7333	-0,1149	0,2909	-0,0159	-0,0316	-0,1772	-0,0281	0,0435	0,1758
-0,1658	0,0361	-0,0507	0,0323	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0806



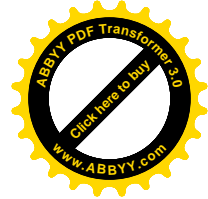
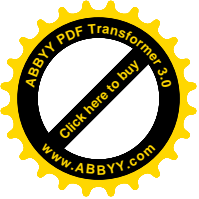
0,527	0,0632	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1729	0,0447	-0,1191	0,0562
-0,2516	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0562
0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1065	0,0893	-0,0169	-0,0079	0,0619
1,7221	-0,0308	0,0892	0,0129	0,0245	-0,0960	0,1089	-0,0029	-0,4483
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1065	0,0893	-0,0169	-0,0079	0,0619
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2305	-0,3482	0,0614	0,0207	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0415
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3285	-0,3677	0,1082	-0,0170	0,0027	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
2,1391	0,0507	-0,1094	-0,0083	-0,0322	0,1285	0,0852	-0,0158	-0,5254
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294

Обернену вагу $1/P_\phi$ знаходимо порядковим множенням
 $=\text{МУМНОЖ}(W2:AE2;A46:A54) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter}$, (7.8)

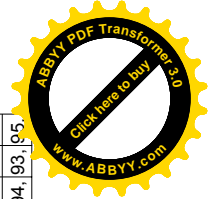
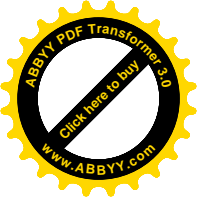
де першою строчкою (W2:AE2) буде перша строчка матриці Q',
 стовпчиком (A46:A54) ,буде перший стовпчик транспонованої
 матриці X^T .

Таблиця 7.2. Обернені ваги зрівноваженої функції і її середні
 квадратичні похибки

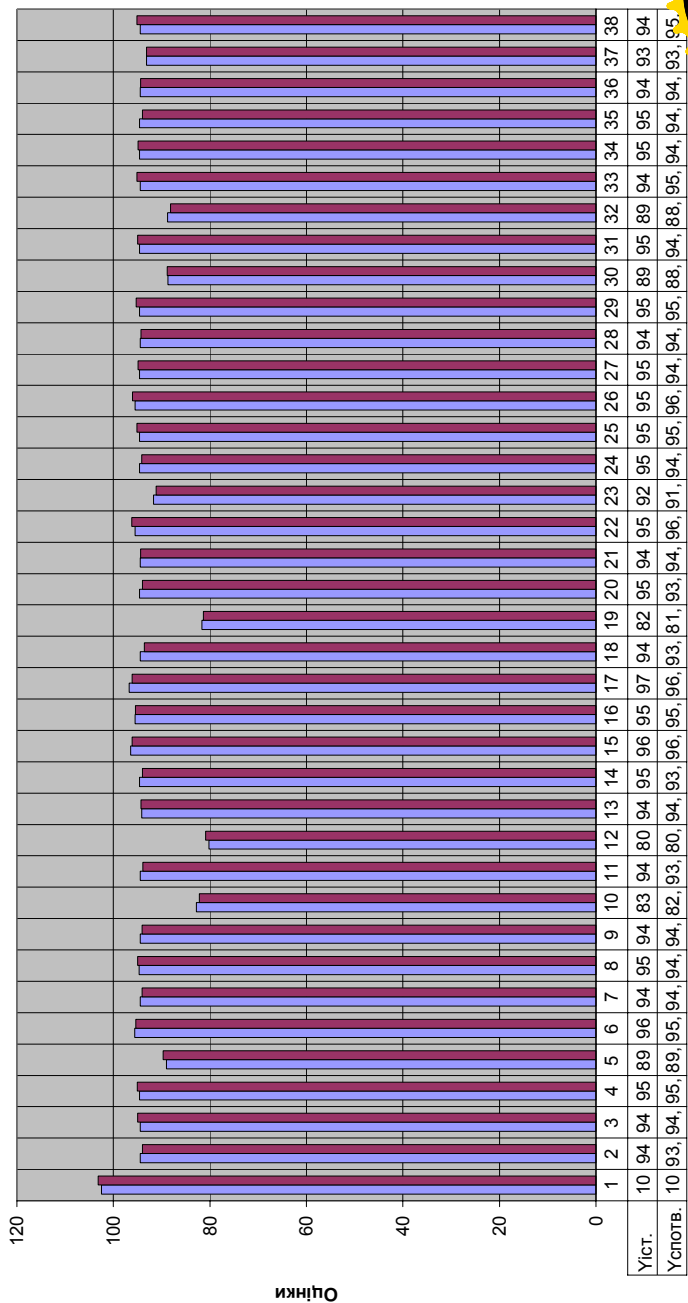
$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,361556
0,08594	0,293155	0,151773
0,08594	0,293155	0,151773
0,075925	0,275546	0,142656



1	1	0,517723
0,13783	0,371254	0,192207
0,08594	0,293155	0,151773
0,183961	0,428907	0,222055
0,08594	0,293155	0,151773
0,62038	0,787642	0,40778
0,08594	0,293155	0,151773
0,945212	0,97222	0,503341
0,263131	0,512963	0,265573
0,075925	0,275546	0,142656
0,469169	0,684959	0,354619
0,115006	0,339126	0,175573
0,318474	0,564335	0,292169
0,148166	0,384923	0,199283
0,569883	0,754906	0,390832
0,075925	0,275546	0,142656
0,08594	0,293155	0,151773
0,115006	0,339126	0,175573
0,550332	0,741844	0,38407
0,075925	0,275546	0,142656
0,075925	0,275546	0,142656
0,115006	0,339126	0,175573
0,075925	0,275546	0,142656
0,08594	0,293155	0,151773
0,075925	0,275546	0,142656
0,383167	0,619005	0,320473
0,075925	0,275546	0,142656
0,379526	0,616057	0,318947
0,08594	0,293155	0,151773
0,075925	0,275546	0,142656
0,075925	0,275546	0,142656
0,08594	0,293155	0,151773
0,579391	0,761177	0,394079
0,08594	0,293155	0,151773

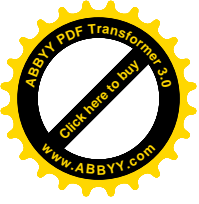


Істинна і спотворена моделі

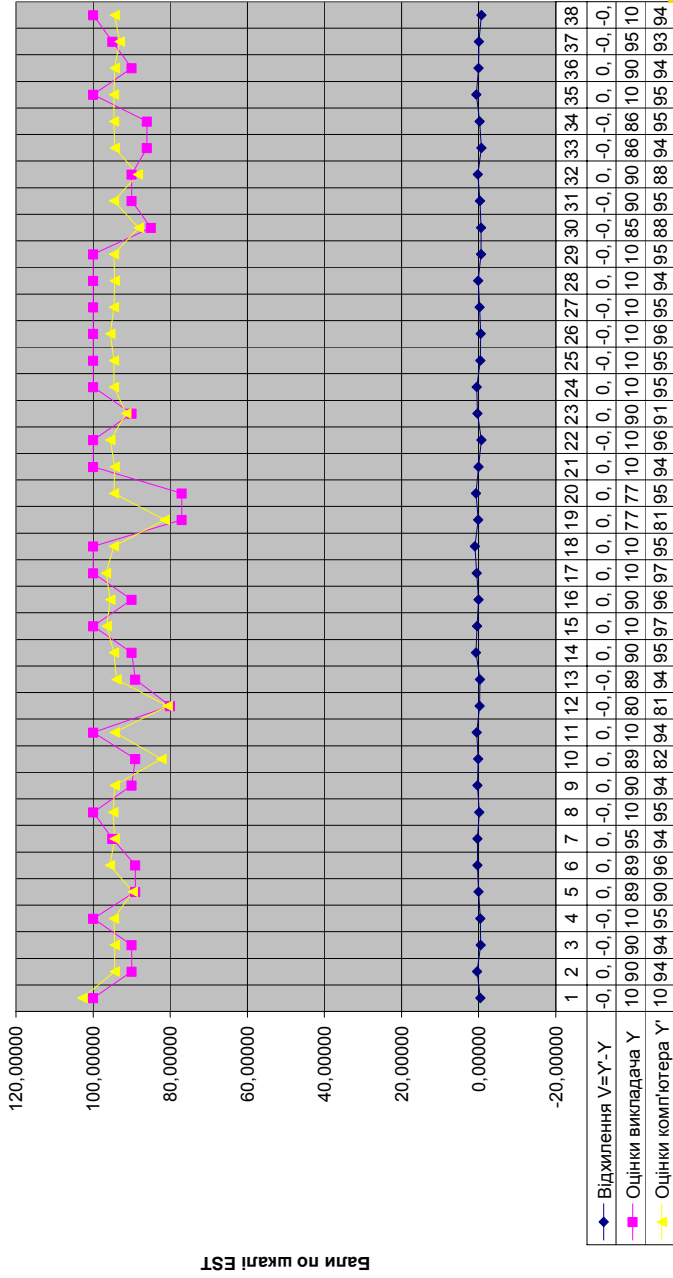


Екзаменуємі

Оцінки

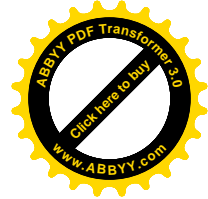
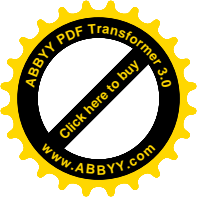


Екзаменаційні оцінки

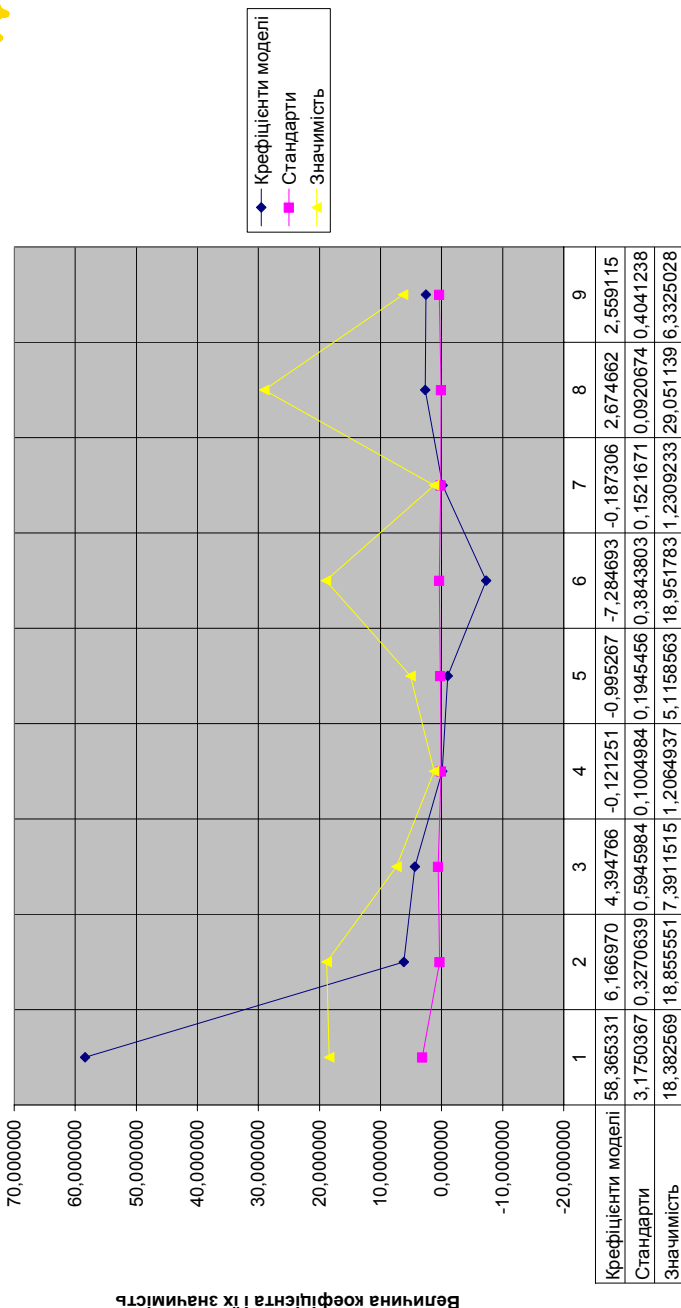


Бали по шкалі EST

Порядковий номер студента



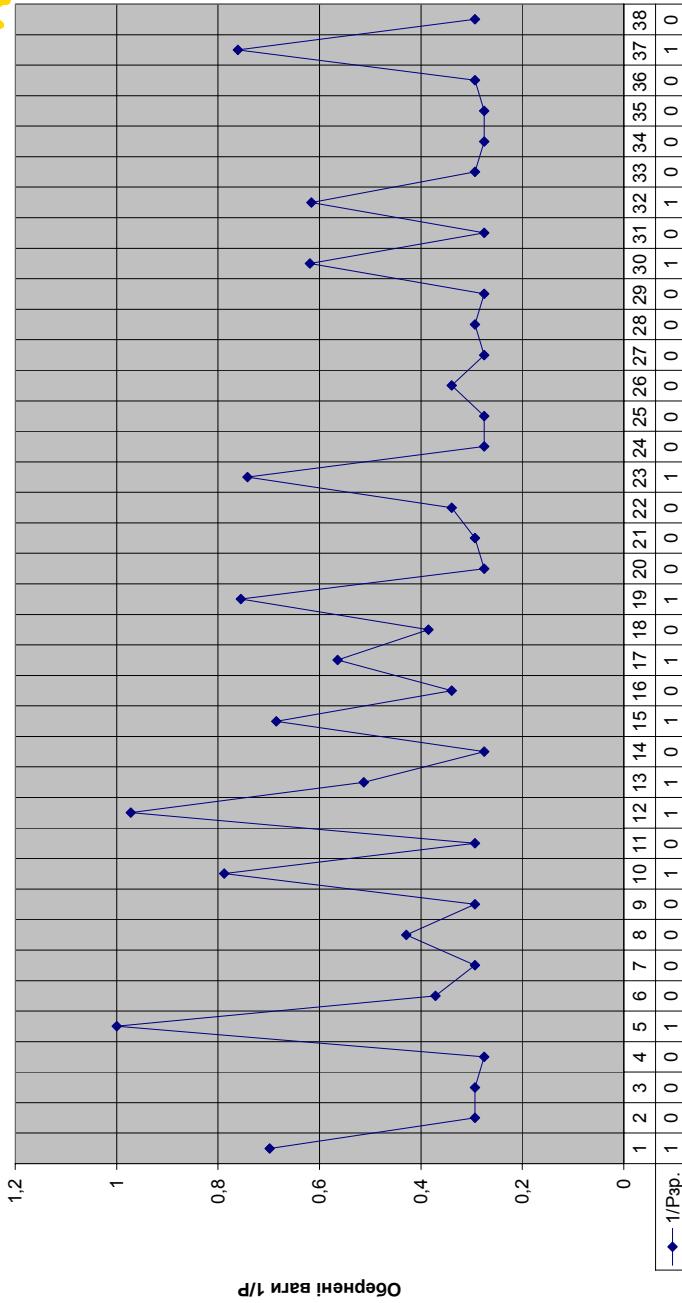
Коефіцієнти моделі і їх значимість



Величина коефіцієнта і їх значимість

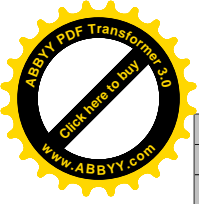
Номера коефіцієнтів

Обернені ваги

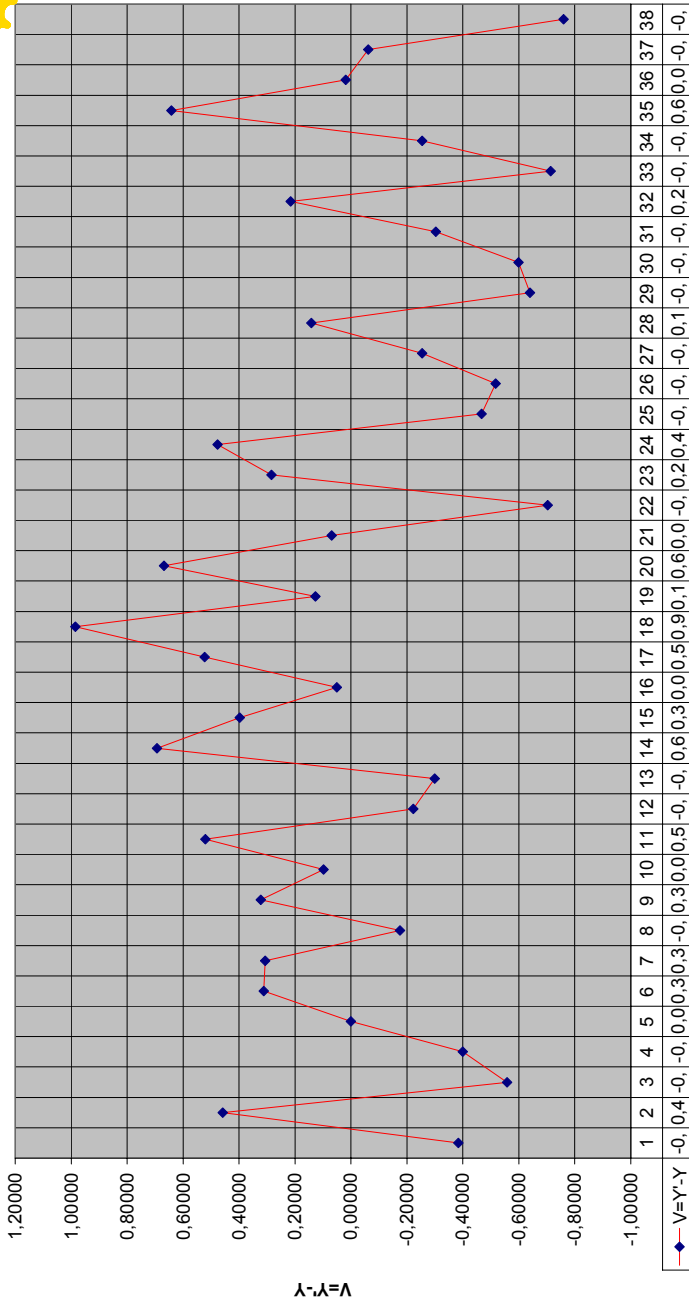


№ студента по списку

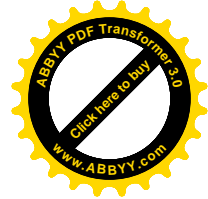
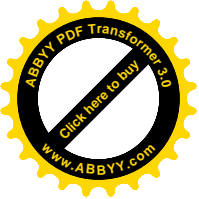
Обернені ваги 1/P



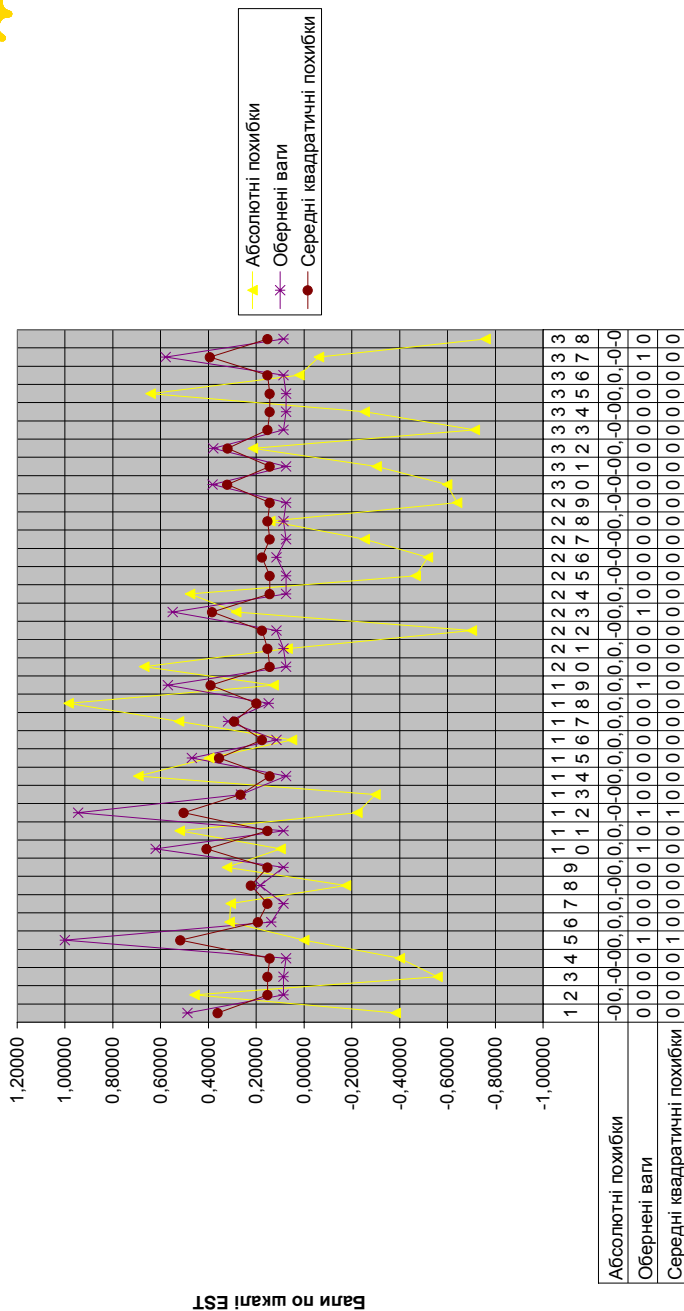
$V=Y'-Y$



Нестудента по списку

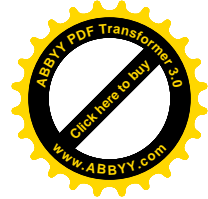
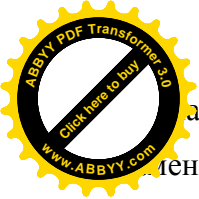


Порівняльний аналіз похибок



Бали по шкалі EST

№ студента по списку



На першій діаграмі «Істинна модель» представлені оціночні оцінки істинної математичної моделі $Y_{\text{істн.}}$, розробленої Р.М.Літнарівичем і приведеної значеннями « Y ». Крім того, на діаграмі представлені експертні оцінки $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$ факторної множинної регресії.

На другій діаграмі (с.52) приведені значення « $U_{\text{істн.}}$ » (лівий стовпчик) і « $U_{\text{спотв.}}$ » - оцінки спотвореної моделі (правий стовпчик), побудованої автором даної монографії.

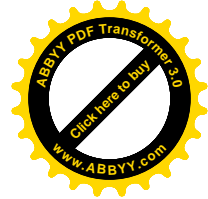
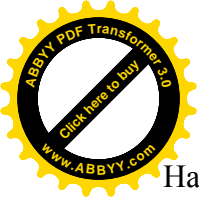
На третій діаграмі проілюстровані оцінки викладача Y і комп'ютера Y' , а також їх відхилення V .

На четвертій діаграмі «Коефіцієнти моделі і їх значимість» дана графічна інтерпретація коефіцієнтів побудованої в даній монографії математичній моделі, їх стандартні похибки і статистична значимість коефіцієнтів.

На п'ятій діаграмі представлені обернені ваги зрівноваженої функції.

На шостій діаграмі проілюстровані абсолютні відхилення зрівноваженої моделі від істинної.

Сьома діаграма ілюструє порівняльний аналіз похибок зрівноваженої математичної моделі.



Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності екзаменаційних оцінок і функціональних ознак результатів анкетування студентів, які отримали ту чи іншу оцінку.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула залежності екзаменаційних оцінок Y' і факторних ознак X_i

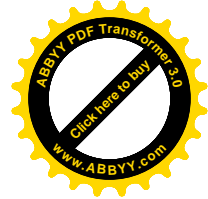
$$Y_{\text{моделі}}' = 58.365331X_0 + 6.166970X_1 + 4.394766X_2 - 0.121251X_3 - 0.995267X_4 - 7.284693X_5 - 0.187306X_6 + 2.674662X_7 + 2.559115X_8. \quad (5.4)$$

Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає $\mu = 0,517723$

5. бали.

Середні квадратичні похибки виведених нами коефіцієнтів

3,175037	ma0
0,327064	ma1
0,594598	ma2
0,100498	ma3
0,194546	ma4
0,38438	ma5
0,152167	ma6
0,092067	ma7

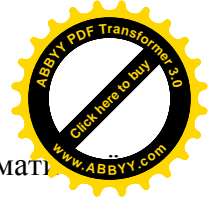
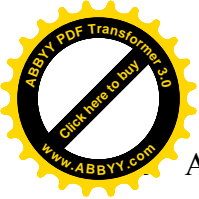


0,404124	ma8
----------	-----

Статистична значимість встановлених нами коефіцієнтів

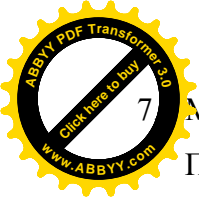
t=a/ma	
18,38257	
18,85555	Інтерес
7,391151	Роб.викл.
1,206494	Трудність
5,115856	Наук.пош.
18,95178	Зв'яз.спец
1,230923	Моногр.1
29,05114	Моногр.2
6,332503	Наук.школ

6. Встановлені середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m_{φ} .
7. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
8. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
9. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в педагогіці .



Літературні джерела

- Андрощук Л.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ППП 81 95.МЕГУ, Рівне, 2009, -44 с.
2. Літнарівич Р.М. Теоретико-методологічні аспекти і базові принципи функціонування наукової школи в рамках професійної освіти. Монографія. МЕГУ, Рівне,- 383 с.
 3. Літнарівич Р.М. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня.. МЕГУ, Рівне, 2009, -32с.
 4. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Частина 4. МЕГУ, Рівне, 2006, -17с.
 5. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневою функцією. Частина 5. МЕГУ, Рівне, 2006, - 17с.
 6. Літнарівич Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Ч.1.МЕГУ, Рівне,2006,-45с.

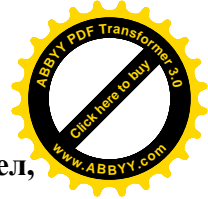
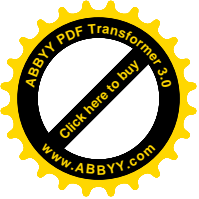


7

Максименко С.Д., Е.Л. Носенко Експериментальна
Психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник
К.: МАУП, 2004, -128 с.



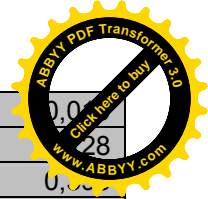
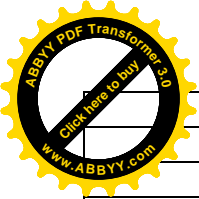
8. Якимчук А.Й. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ДА-50. МЕНГУ, Рівне, 2009, -72с.



Додатки

Додаток 1. Генерування псевдовипадкових чисел, підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

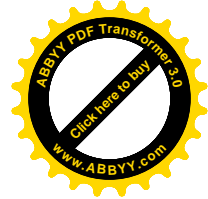
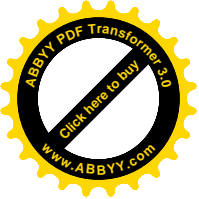
$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$	$\xi_{\text{серед н.}}$	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{\text{ср.}}$	$\Delta_i'^2$	$\Delta i = k * \Delta'_i$	Δ_i^2
0,059	0,032	0,027	0,001	0,726	0,527
0,013	0,032	-0,019	0,000	-0,498	0,248
0,051	0,032	0,020	0,000	0,518	0,268
0,049	0,032	0,017	0,000	0,455	0,207
0,058	0,032	0,026	0,001	0,686	0,471
0,023	0,032	-0,009	0,000	-0,229	0,053
0,019	0,032	-0,013	0,000	-0,347	0,120
0,042	0,032	0,010	0,000	0,277	0,077
0,018	0,032	-0,014	0,000	-0,363	0,132
0,007	0,032	-0,025	0,001	-0,651	0,423
0,011	0,032	-0,021	0,000	-0,561	0,315
0,057	0,032	0,025	0,001	0,671	0,451
0,037	0,032	0,005	0,000	0,132	0,018
0,008	0,032	-0,024	0,001	-0,639	0,409
0,019	0,032	-0,013	0,000	-0,334	0,111
0,031	0,032	-0,001	0,000	-0,015	0,000
0,009	0,032	-0,023	0,001	-0,601	0,361
0,001	0,032	-0,030	0,001	-0,801	0,641
0,021	0,032	-0,011	0,000	-0,295	0,087
0,009	0,032	-0,023	0,001	-0,614	0,377
0,028	0,032	-0,004	0,000	-0,109	0,012
0,060	0,032	0,028	0,001	0,738	0,545
0,010	0,032	-0,022	0,000	-0,572	0,327
0,016	0,032	-0,016	0,000	-0,422	0,178
0,052	0,032	0,020	0,000	0,522	0,272
0,053	0,032	0,021	0,000	0,553	0,306
0,043	0,032	0,012	0,000	0,309	0,095
0,025	0,032	-0,007	0,000	-0,181	0,033
0,058	0,032	0,026	0,001	0,694	0,482



0,037	0,032	0,005	0,000	0,139	0,000
0,045	0,032	0,014	0,000	0,358	0,000
0,008	0,032	-0,024	0,001	-0,627	0,000
0,057	0,032	0,026	0,001	0,674	0,454
0,043	0,032	0,012	0,000	0,309	0,096
0,010	0,032	-0,022	0,000	-0,587	0,344
0,030	0,032	-0,002	0,000	-0,059	0,003
0,033	0,032	0,001	0,000	0,024	0,001
0,059	0,032	0,027	0,001	0,719	0,517
1,207	1,207	0,000	0,014	0,000	9,500

Додаток 2. Побудова спотвореної моделі

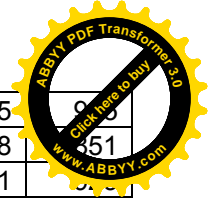
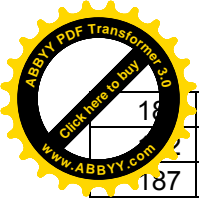
$Y_{ict} = X * A$	$\Delta i = k * \Delta'_i$	$Y_{сп.} = Y_{ict} + \Delta i$
102,4597125	0,726	103,18548
94,44050746	-0,498	93,94253
94,44050746	0,518	94,95839
94,58812998	0,455	95,04293
89	0,686	89,68638
95,55514436	-0,229	95,32575
94,44050746	-0,347	94,09344
94,66194123	0,277	94,93871
94,44050746	-0,363	94,07772
82,81828264	-0,651	82,16776
94,44050746	-0,561	93,87969
80,19449082	0,671	80,86581
94,12678395	0,132	94,25914
94,58812998	-0,639	93,94896
96,44834749	-0,334	96,11480
95,48133311	-0,015	95,46635
96,71215568	-0,601	96,11129
94,40339101	-0,801	93,60275
81,62415487	-0,295	81,32960
94,58812998	-0,614	93,97424
94,44050746	-0,109	94,33133
95,48133311	0,738	96,21938



91,68857438	-0,572	91,11666
94,58812998	-0,422	94,16570
94,58812998	0,522	95,10968
95,48133311	0,553	96,03421
94,58812998	0,309	94,89707
94,44050746	-0,181	94,25935
94,58812998	0,694	95,28246
88,69295063	0,139	88,83225
94,58812998	0,358	94,94588
88,76676189	-0,627	88,13964
94,44050746	0,674	95,11442
94,58812998	0,309	94,89731
94,58812998	-0,587	94,00126
94,44050746	-0,059	94,38141
93,11693479	0,024	93,14067
94,44050746	0,719	95,15962
3547	0,000	3547,00000

Додаток 3. Матриця коефіцієнтів початкових рівнянь

1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5



18	880	910	712	855	885	907	855
2	833	856	674	803	838	855	848
187	897	930	729	877	902	905	851

Додаток 6. Обернена матриця $Q=N^{-1}$

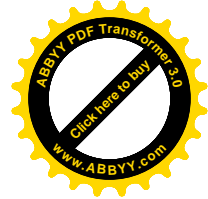
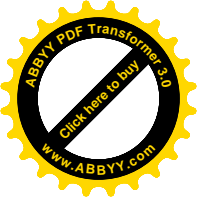
37,60993079	0,17429873	-5,864444295	0,097911
0,17429873	0,399089485	-0,121236141	0,019524
-5,864444295	-0,12123614	1,319023213	-0,04679
0,097910912	0,0195237	-0,046786832	0,037681
0,09744857	0,032038288	-0,03985332	-0,00493
0,307394507	-0,28479067	-0,142807802	0,003788
0,109580929	0,014785251	-0,009081906	0,007933
0,033235048	-0,01321701	0,018636552	-0,00678
-2,488659681	-0,07086638	0,183032862	-0,02198

Продовження матриці $Q=N^{-1}$

0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Додаток 7. Вектор вільних членів

$L'=X_T \cdot Y_{спт.}$
3547
17023,82106
17645,31362
13819,00757
16592,22509
17097,60748



17155,73858
16238,12199
17469,87685

Додаток 8. Коефіцієнти математичної моделі

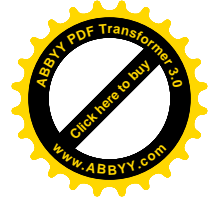
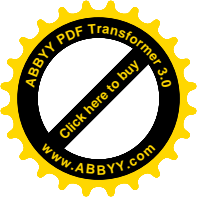
$A'=Q*L'$	
58,365331	a0
6,166970	a1
4,394766	a2
-0,121251	a3
-0,995267	a4
-7,284693	a5
-0,187306	a6
2,674662	a7
2,559115	a8

Додаток 9. Нами отримана емпірична формула якості засвоєння навчального матеріалу

$$Y_{\text{моделі}}' = 58.365331X_0 + 6.166970X_1 + 4.394766X_2 - 0.121251X_3 - 0.995267X_4 - 7.284693X_5 - 0.187306X_6 + 2.674662X_7 + 2.559115X_8. \quad (5.4)$$

Додаток 10. Контроль зрівноваження

$L'=N*A'$
3547,000
17023,821
17645,314
13819,008
16592,225
17097,607
17155,739



16238,122
17469,877

[YY]-	
L'A' TM =	7,7730769
Контроль2 [VV]=	7,7730769

Оцінка параметрів множинної лінійної регресії

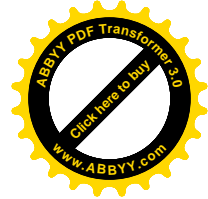
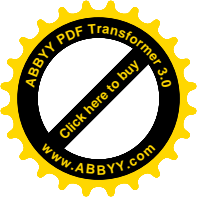
a8	a7	a6	a5	=ai	A"трансп
2,559115161	2,674661952	-0,18730603	-7,284692603	стандарт S	ai=S√dii
0,404123808	0,092067369	0,1521671	0,384380337	R^2	μ
0,988276773	0,517723028	#Н/Д	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
305,5901971	29	#Н/Д	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]
655,2761653	7,773076891	#Н/Д	#Н/Д		
a8	a7	a6	a5		

Продовження

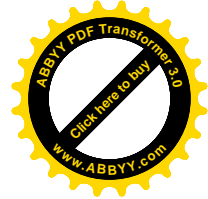
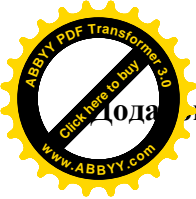
A4	A3	A2	A1	A0	=ai	A"трансп
-0,995267	-0,121251	4,39476649	6,16697	58,365331	стандарт S	ai=S√dii
0,194546	0,100498	0,59459835	0,327064	3,1750367	R^2	μ
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д		
A4	A3	A2	A1	A0		

Додаток 11. Результати зрівноваження

Y'=X*A'	V=Y'-Yспт	VV
102,8015279	-0,38395	0,147417
94,40031747	0,45779	0,209572
94,40031747	-0,55807	0,311442
94,64281884	-0,40011	0,16009
89,6863799	0,00000	8,4E-24
95,63808603	0,31234	0,097554
94,40031747	0,30688	0,094177
94,76406953	-0,17464	0,030498

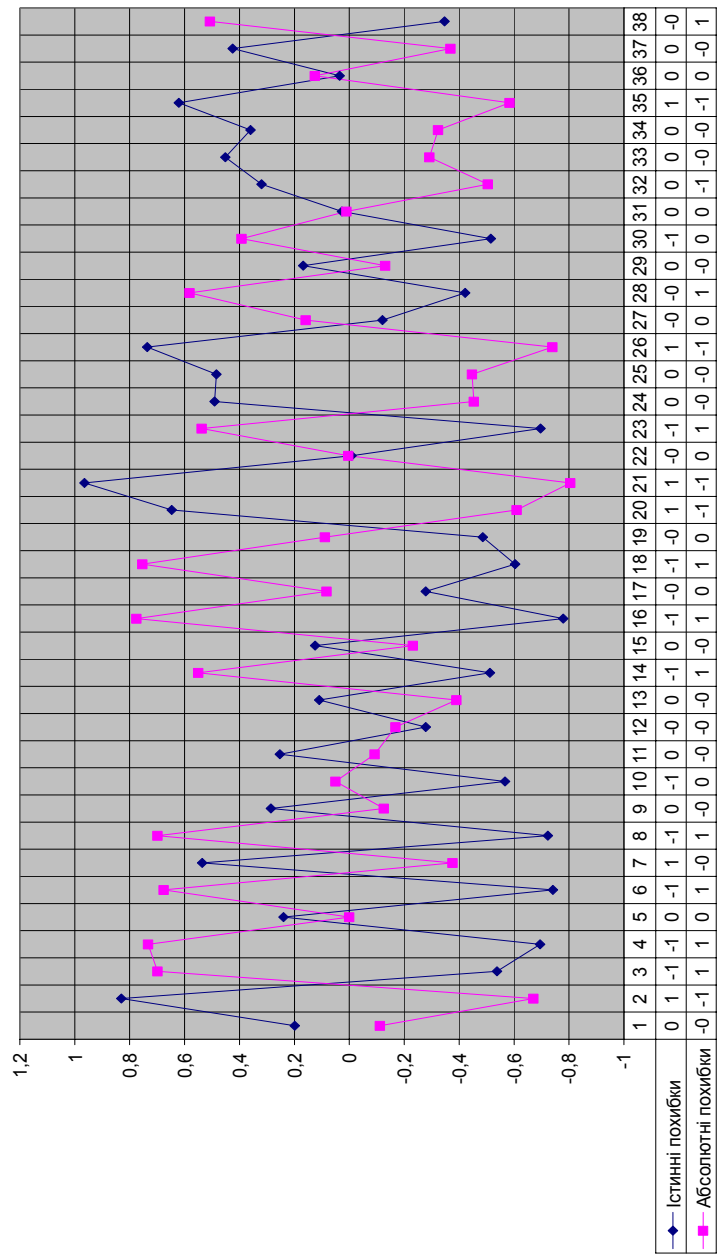


94,40031747	0,32260	0,10407
82,26598071	0,09822	0,009648
94,40031747	0,52063	0,271056
80,64339571	-0,22242	0,04947
93,9598957	-0,29924	0,089547
94,64281884	0,69386	0,481436
96,51210253	0,39730	0,15785
95,51683535	0,05049	0,002549
96,63455766	0,52327	0,273809
94,5876235	0,98487	0,969975
81,45681512	0,12722	0,016185
94,64281884	0,66858	0,446995
94,40031747	0,06899	0,00476
95,51683535	-0,70254	0,493569
91,40078054	0,28412	0,080725
94,64281884	0,47712	0,227646
94,64281884	-0,46686	0,217961
95,51683535	-0,51738	0,267679
94,64281884	-0,25425	0,064643
94,40031747	0,14097	0,019873
94,64281884	-0,63964	0,409142
88,23334718	-0,59891	0,358689
94,64281884	-0,30306	0,091848
88,35459787	0,21496	0,046207
94,40031747	-0,71410	0,509942
94,64281884	-0,25449	0,064764
94,64281884	0,64155	0,411592
94,40031747	0,01891	0,000358
93,07897087	-0,06170	0,003807
94,40031747	-0,75930	0,576533
3547	-3,21E-10	7,773077



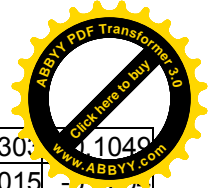
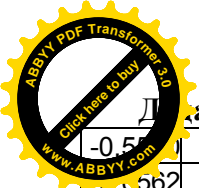
Додавк 12. Істинні і абсолютні похибки моделі

Істинні і абсолютні похибки



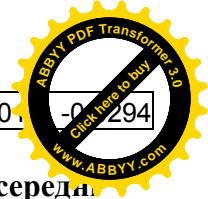
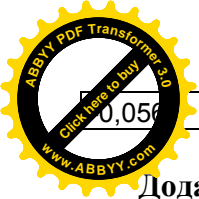
Номера студентів по списку

Істинні і абсолютні похибки



Додаток 13. Допоміжна матриця $Q'=XN^{-1}$

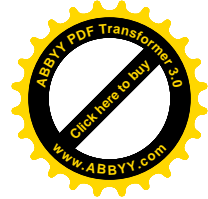
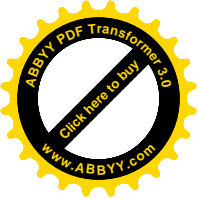
-0,5162	0,2842	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4620	-0,0133	0,0300	0,1040
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
5,0000	0,0000	-1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-0,3495	-0,0202	0,0736	-0,0303	-0,1016	0,0855	-0,0248	-0,0011	0,0839
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,3500	-0,0076	0,0805	-0,0729	0,0446	-0,0252	-0,0117	0,0189	0,0365
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,8020	-0,0168	0,1578	0,0131	0,0437	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
1,1387	-0,0199	0,0202	-0,0046	0,0077	-0,0325	-0,1941	0,0187	-0,0263
-0,7665	-0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0448	-0,1390	-0,0011	0,0119	0,1611
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3491	-0,0327	0,0667	0,0124	-0,2477	0,1962	-0,0380	-0,0211	0,1312
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1065	0,0893	-0,0169	-0,0079	0,0619
-0,7333	-0,1149	0,2909	-0,0159	-0,0316	-0,1772	-0,0281	0,0435	0,1758
-0,1658	0,0361	-0,0507	0,0323	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0806
-0,5278	0,0632	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1729	0,0447	-0,1191	0,0509
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1065	0,0893	-0,0169	-0,0079	0,0619
1,7221	-0,0308	0,0892	0,0129	0,0245	-0,0960	0,1089	-0,0029	-0,4483
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1065	0,0893	-0,0169	-0,0079	0,0619
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2305	-0,3482	0,0614	0,0207	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0415
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3285	-0,3677	0,1082	-0,0170	0,0027	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
2,1391	0,0507	-0,1094	-0,0083	-0,0322	0,1285	0,0852	-0,0158	-0,5254



0,056 0,0509 -0,0598 0,0402 0,0298 -0,0139 0,0121 -0,001 0,0294

Додаток 14. Обернені ваги зрівноваженої функції і її середні квадратичні похибки

$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,361556
0,08594	0,293155	0,151773
0,08594	0,293155	0,151773
0,075925	0,275546	0,142656
1	1	0,517723
0,13783	0,371254	0,192207
0,08594	0,293155	0,151773
0,183961	0,428907	0,222055
0,08594	0,293155	0,151773
0,62038	0,787642	0,40778
0,08594	0,293155	0,151773
0,945212	0,97222	0,503341
0,263131	0,512963	0,265573
0,075925	0,275546	0,142656
0,469169	0,684959	0,354619
0,115006	0,339126	0,175573
0,318474	0,564335	0,292169
0,148166	0,384923	0,199283
0,569883	0,754906	0,390832
0,075925	0,275546	0,142656
0,08594	0,293155	0,151773
0,115006	0,339126	0,175573
0,550332	0,741844	0,38407
0,075925	0,275546	0,142656
0,075925	0,275546	0,142656
0,115006	0,339126	0,175573
0,075925	0,275546	0,142656
0,08594	0,293155	0,151773
0,075925	0,275546	0,142656
0,383167	0,619005	0,320473
0,075925	0,275546	0,142656



0,379526	0,616057	0,318947
0,08594	0,293155	0,151773
0,075925	0,275546	0,142656
0,075925	0,275546	0,142656
0,08594	0,293155	0,151773
0,579391	0,761177	0,394079
0,08594	0,293155	0,151773

Додаток 15. Оцінка точності коефіцієнтів моделі

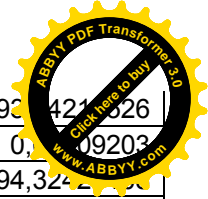
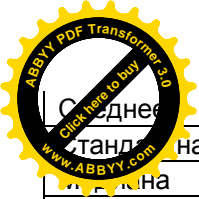
1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma
37,60993	6,1326936	3,175037
0,399089	0,6317353	0,327064
1,319023	1,14848736	0,594598
0,037681	0,19411615	0,100498
0,141204	0,37577152	0,194546
0,551223	0,74244396	0,38438
0,086387	0,29391603	0,152167
0,031624	0,17783132	0,092067
0,609304	0,78057916	0,404124

Додаток 16. Статистична значущість коефіцієнтів моделі

t=a/ma	
18,38257	
18,85555	Інтерес
7,391151	Роб.викл.
1,206494	Трудність
5,115856	Наук.пош.
18,95178	Зв'яз.спец
1,230923	Моногр.1
29,05114	Моногр.2
6,332503	Наук.школ

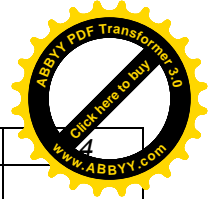
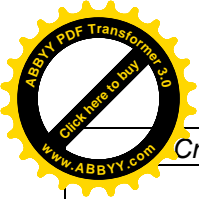
Додаток 17. Статистичні характеристики коефіцієнтів моделі

Столбец1	Y'	Столбец1	Успомв.



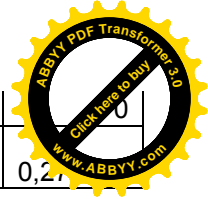
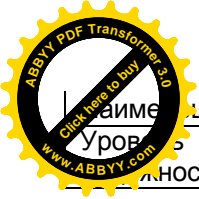
Среднее	93,34211	Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,638385	Стандартная ошибка	0,638385
Медиана	94,46056	Медиана	94,32456
Мода	94,46056	Мода	#Н/Д
Стандартное отклонение	3,935271	Стандартное отклонение	4,180040004
Дисперсия выборки	15,48636	Дисперсия выборки	17,47273444
Эксцесс	4,247301	Эксцесс	4,319111163
Асимметричность	-1,76384	Асимметричность	1,738146522
Интервал	21,382	Интервал	22,87013464
Минимум	80,67039	Минимум	79,55525088
Максимум	102,0524	Максимум	102,4253855
Сумма	3547	Сумма	3547
Счет	38	Счет	38
Наибольший(1)	102,0524	Наибольший(1)	102,4253855
Наименьший(1)	80,67039	Наименьший(1)	79,55525088
Уровень надежности(95,0%)	1,293491	Уровень надежности(95,0%)	1,37394495

Столбец2	X1	Столбец3	X2
Среднее	4,789473684	Среднее	4,973684
Стандартная ошибка	0,067022583	Стандартная ошибка	0,026316
Медиана	5	Медиана	5
Мода	5	Мода	5
Стандартное отклонение	0,41315495	Стандартное отклонение	0,162221
Дисперсия выборки	0,170697013	Дисперсия выборки	0,026316
Эксцесс	0,195277778	Эксцесс	38
Асимметричность	-	Асимметричность	-
Интервал	1,479132976	Интервал	6,164414
Минимум	1	Минимум	1
Максимум	4	Максимум	4
Сумма	5	Сумма	5
Счет	182	Счет	189
Наибольший(1)	38	Наибольший(1)	38
Наименьший(1)	5	Наименьший(1)	5
Уровень надежности(95,0%)	4	Уровень надежности(95,0%)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,135800652	Уровень надежности(95,0%)	0,053321



<i>Столбец 4</i>	<i>X3</i>	<i>Столбец5</i>	<i>4</i>
Среднее	3,894737	Среднее	4,684211
Стандартная ошибка	0,145044	Стандартная ошибка	0,085218
Медиана	4	Медиана	5
Мода	3	Мода	5
Стандартное отклонение	0,894109	Стандартное отклонение	0,525319
Дисперсия выборки	0,799431	Дисперсия выборки	0,27596
Экссесс	-1,28133	Экссесс	1,126072
Асимметричность	0,024544	Асимметричность	-1,40317
Интервал	3	Интервал	2
Минимум	2	Минимум	3
Максимум	5	Максимум	5
Сумма	148	Сумма	178
Счет	38	Счет	38
Наибольший(1)	5	Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	2	Наименьший(1)	3
Уровень надежности(95,0%)	0,293886	Уровень надежности(95,0%)	0,172668

<i>Столбец6</i>	<i>X5</i>	<i>Столбец7</i>	<i>X6</i>
Среднее	4,815789	Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,06373	Стандартная ошибка	0,135227
Медиана	5	Медиана	5
Мода	5	Мода	5
Стандартное отклонение	0,392859	Стандартное отклонение	0,833594
Дисперсия выборки	0,154339	Дисперсия выборки	0,694879
Экссесс	0,925609	Экссесс	32,21157
Асимметричность	-1,69696	Асимметричность	-5,5434
Интервал	1	Интервал	5
Минимум	4	Минимум	0
Максимум	5	Максимум	5
Сумма	183	Сумма	183
Счет	38	Счет	38
Наибольший(1)	5	Наибольший(1)	5



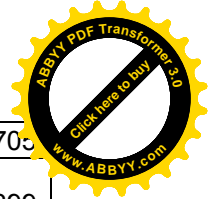
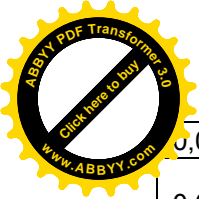
Наименьший(1)	4	Наименьший(1)	0
Уровень надежности(95,0%)	0,12913	Уровень надежности(95,0%)	0,2

Столбец8	X7	Столбец9	X8
Среднее	4,526316	Среднее	4,921053
Стандартная ошибка	0,222289	Стандартная ошибка	0,044331
Медиана	5	Медиана	5
Мода	5	Мода	5
Стандартное отклонение	1,37028	Стандартное отклонение	0,273276
Дисперсия выборки	1,877667	Дисперсия выборки	0,07468
Экссесс	8,110829	Экссесс	9,054512
Асимметричность	-3,0518	Асимметричность	-3,25271
Интервал	5	Интервал	1
Минимум	0	Минимум	4
Максимум	5	Максимум	5
Сумма	172	Сумма	187
Счет	38	Счет	38
Наибольший(1)	5	Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0	Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,4504	Уровень надежности(95,0%)	0,089824

Ковариация матрица $K=N^{-1}\mu^2$

10,08085807	0,046718532	-1,571888842	0,026244
0,046718532	0,106970802	-0,032495788	0,005233
-1,571888842	-0,03249579	0,353547202	-0,01254
0,02624376	0,005233077	-0,012540608	0,0101
0,026119835	0,008587451	-0,01068217	-0,00132
0,082393143	-0,07633447	-0,038277794	0,001015
0,029371758	0,003962996	-0,002434288	0,002126
0,008908227	-0,00354265	0,004995288	-0,00182
-0,667053209	-0,01899482	0,049059604	-0,00589
X0	X1	X2	X3

Продовження ковариацийної матриці $K=N^{-1}\mu^2$



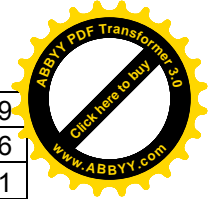
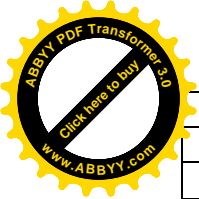
0,0261198	0,082393143	0,029371758	0,008908	-0,66705
0,0085875	-	-	-	-
-0,010682	0,076334475	0,003962996	-0,00354	-0,01899
-0,00132	-	-	-	-
0,037848	0,038277794	0,002434288	0,004995	0,04906
-0,02866	0,001015269	0,002126271	-0,00182	-0,00589
0,0056428	-	-	-	-
0,0035349	0,028660491	0,005642792	0,003535	-0,01858
-0,018577	0,147748243	-0,00095484	-0,01023	-0,01153
X4	0,00095484	0,023154826	-0,00723	-0,02949
	-	-	-	-
	-0,01022559	0,007231162	0,008476	0,003949
	-	-	-	-
	0,011532866	0,029493338	0,003949	0,163316
X4	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця факторних ознак R

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці факторних ознак R

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8
0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683
0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
1	0,306225931	0,486201	0,364366



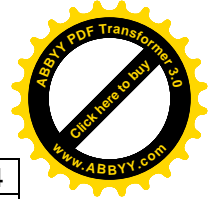
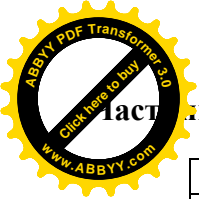
0,306225931	1	0,631377	0,527649
0,486201157	0,631376931	1	0,330486
0,364366275	0,527648579	0,330486	1
X5	X6	X7	X8

Обернена кореляційна матриця $Z=1/R$

	1	2	3	4
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488
8	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці $Z=1/R$

	5	6	7	8
-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604	
-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221	
0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873	
-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813	
3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092	
-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744	
-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115	
-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603	
X5	X6	X7	X8	



Істинні коефіцієнти кореляції $r_{ij} = z_{ij} / \sqrt{(z_{ii} * z_{jj})}$

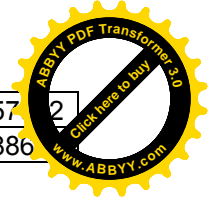
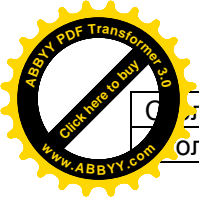
	1	2	3	4
1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616
2	-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345
3	0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці

	5	6	7	8
	-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371
	-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167
	0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
	-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
	1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424
	-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961
	-0,288949188	-0,51615674	1	0,10613
	-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1
	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту $R(Y_{\text{спотв.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

	<i>Столбец 1</i>	<i>Столбец 2</i>	<i>Столбец 3</i>	<i>Столбец 4</i>
<i>Столбец 1</i>	1			
<i>Столбец 2</i>	0,566005136	1		
<i>Столбец 3</i>	0,146649357	0,317324	1	
<i>Столбец 4</i>	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1
<i>Столбец 5</i>	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175
<i>Столбец 6</i>	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239
<i>Столбец 7</i>	0,576167275	0,274779	-0,037852	0,035077255



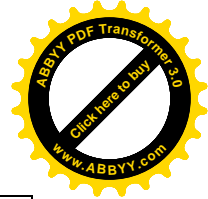
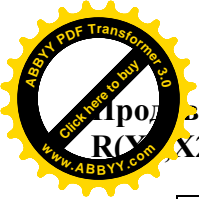
Столбец 8	0,874113627	0,4371116	0,0625623	0,080557	2
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,0672886	

**Продовження кореляційної матриці
R(Y_{спотв.}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)**

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
1				
0,36039265	1			
-				
0,140922936	0,304486	1		
-				
0,107266457	0,483982	0,63073	1	
0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
X4	X5	X6	X7	X8

**Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, Y' зрівн.)**

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,31835727	1		
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1	
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	0,136431967
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	0,100781854
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	0,266855865
	X1	X2	X3	X4

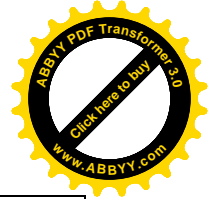
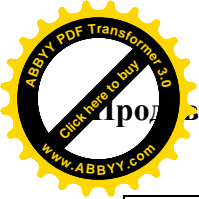


**Про зв'язання кореляційної матриці
R(X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,Y' зрівн.)**

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
1				
0,306225931	1			
0,486201157	0,631377	1		
0,364366275	0,527649	0,330486	1	
0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X5	X6	X7	X8	Y'зрівн.

**Кореляційна матриця істинної моделі
R(X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,X9,Yістн.)**

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1	
Столбец 4	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1
Столбец 5	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282
Столбец 6	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226
Столбец 7	#ДЕЛ/0!	0,2767272	0,036817127	0,026719455
Столбец 8	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639
Столбец 9	#ДЕЛ/0!	0,3275692	0,048131095	0,075682513
Столбец 10	#ДЕЛ/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245
		X1	X2	X3

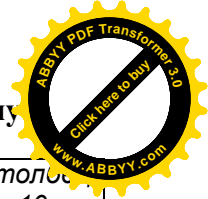
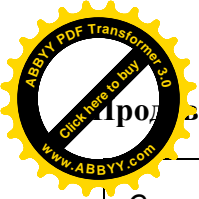


Процедура оцінки кореляційної матриці істинної моделі

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,365309	1				
-0,13643	0,306226	1			
-0,10078	0,486201	0,631377	1		
0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
X4	X5	X6	X7	X8	Үістн.

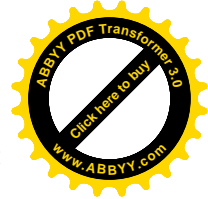
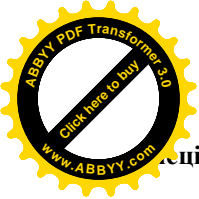
Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	0,323592401	#ДЕЛ/0!	1	
Столбец 4	0,103017993	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1
Столбец 5	0,027413357	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763
Столбец 6	-0,160412227	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446
Столбец 7	0,16061577	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044
Столбец 8	0,352719734	#ДЕЛ/0!	0,2767272	0,036817127
Столбец 9	0,511634281	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219
Столбец 10	0,211627189	#ДЕЛ/0!	0,3275692	0,048131095
	Үекзам.	X0	X1	X2



Продовження кореляційної матриці результатів екзамену

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,099941282	1				
0,020248226	0,365309	1			
-					
0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
X3	X4	X5	X6	X7	X8



Малюк Володимир Леонідович

спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних технологій

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО**

Множинний регресійний аналіз

Модель ІН 91М -8

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft® Office® Word 2003 В. Л. Малюк. Науковий
керівник Р. М. Літнарівич, доцент, кандидат технічних наук**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет ім.
акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

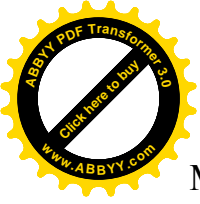
33027, м. Рівне, Україна

Вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1

Телефон: (+00380) 362 23-73-09

Факс: (+00380) 362 23-01-86

E-mail: mail@regi.rovno.ua



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

С. В. Момоток

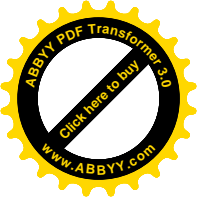
**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
ЯКОСТІ ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ
СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М-11



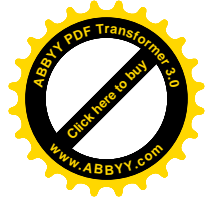
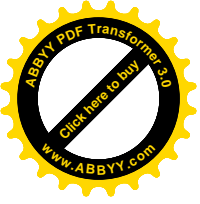
Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Лігнарівич

Рівне-2010



Сніжана Вікторівна Момоток

Технічний фахівець в галузі прикладних наук і техніки,
інженер-програміст, магістрант інформаційних технологій





Момоток Сніжана Вікторівна

Технічний фахівець в галузі прикладних наук і техніки,
інженер-програміст, магістрант інформаційних технологій

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

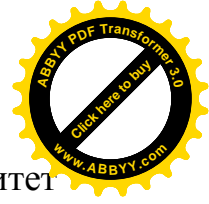
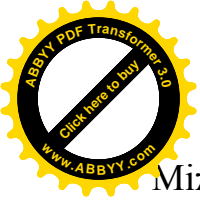
Модель ІН 91М – 11

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft® Office® Word 2003 В. М. Зозуля.
Науковий керівник Р. М. Літнарівич, доцент, кандидат
технічних наук**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім. акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027, м. Рівне, Україна
Вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
E-mail: mail@regi.rovno.ua**



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

С. В. Момоток

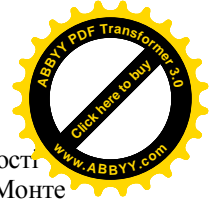
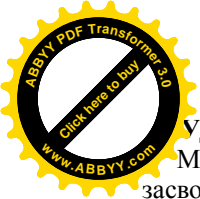
**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М-12



Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Лігнарівч

Рівне-2010



УДК 519.876.5

Момоток С. В.. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз . Модель ІН 91М – 12. МЕГУ, Рівне, 2010, -86 с.

Momotok S. V. Construction and research of mathematical model of quality of mastering of base discipline by the method of statistical tests of Monte Karlo. Plural regressive analysis . Model of IN 91M - 12. IEGU, Rivne, 2010 -86 p.

Рецензент: С. В. Лісова, доктор педагогічних наук, професор.

Відповідальний за випуск: Й. В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕГУ

На основі результатів педагогічного експерименту побудована математична модель залежності якості здачі екзамену у бальній системі по шкалі ECST (Y) і результатів анкетування студентів після здачі екзамену (X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8) у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується по способу найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів А множинної регресії апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки. Застосований метод статистичних випробувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.

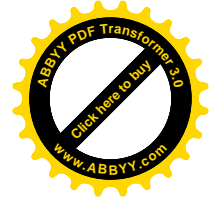
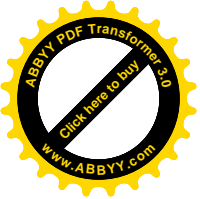
On the basis of results of pedagogical experiment the mathematical model of dependence of quality of handing over is built to examination in the ball system on the scale of ECST (Y) and results of questionnaire of students after handing over to examination (X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8) as multiple regression on the method of leastsquares.

Middle quadratic errors which over are brought to set rationed are generated in this work, the disfigured model is built, counterbalanced on the method of leastsquares. There are more credible values of coefficients And multiple regression of approximating mathematical model.

The estimation of exactness is done and summarizings are given conclusions. The method of statistical tests of Monte Karlo is applied enabled to conduct large-scale researches and collect large statistics.

For students and graduate students of pedagogical institutes of higher.

© Момоток С. В.



Зміст

Передмова	4
РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи	
1.1.Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи.....	5
1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту.....	9
РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних	
2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних.....	16
2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло.....	30
РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження	
3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження.....	35
3.6.Контроль зрівноваження.....	37
3.7.Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.....	40
Висновки	58
Літературні джерела.....	60
Додатки.....	61



Передмова

За результатами педагогічного експерименту при дослідженні залежності якості здачі екзамену «Y» у бальній системі по шкалі EST і відповідей студентів за результатами анкетування після здачі екзамену «X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8» [2,3] побудована математична модель і виконаний детальний аналіз у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати педагогічного експерименту – екзаменаційні бали (Y_i) і відповіді студентів, які отримали той чи інший бал (X_i).

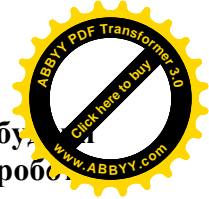
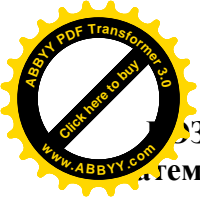
За цими даними була побудована математична модель у вигляді множинної регресії способом найменших квадратів. Дана модель приймалась за істинну модель.

Генерувались випадкові числа, знаходився коефіцієнт пропорційності K і дані випадкові числа приводилися до середньої квадратичної похибки 0,5 бала, на яку міг помилитися викладач.

Будується спотворена модель, яка зрівноважується по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.



РЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

1.1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

Нехай, Y – екзаменаційна оцінка студента (від 0 до 100 балів за шкалою EST – результуюча ознака).

Досліджувані фактори:

- X1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X5 – зв'язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

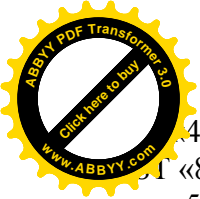
X1 – інтерес до вивчення дисципліни:

«0 балів» – інтерес до вивчення дисципліни відсутній; «В мене абсолютно відсутнє бажання вивчати дану дисципліну і оцінка на екзамені мене не цікавить».

«1 бал» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку на екзамені «50-59 балів» – E;

«2 бали» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку що відповідає шкалі EST D «60-75 балів»; «Пристойно, але зі значними недоліками»;

«3 бали» – «Мені потрібна оцінка C «76-79 балів» для того, щоб була четвірка у виписці до диплому»;



«4 бали» – інтерес до дисципліни високий, відповідає шкалі балів; «80-89 балів» – «Дуже добре, вище середнього стандарту»; «5 балів» – підвищений інтерес; «Я бажаю внести свій внесок в дану дисципліну» – рівень творчості.

X2 – оцінка студентами роботи викладача: – відповідає традиційній екзаменаційній оцінці роботи студента «від 0 до 5 балів» з тією різницею, що оцінку роботи студента за семестр ставить викладач, а оцінку роботи викладача за семестр ставить студент.

X3 – складність вивчення дисципліни:

«0 балів» – ніякої складності у вивченні даної дисципліни немає;

«1 бал» – при вивченні даної дисципліни потрібні мінімальні затрати сил і часу;

«2 бали» – до вивчення дисципліни необхідно прикласти деякі зусилля і час;

«3 бали» – методика викладання дисципліни автоматично забезпечує добру оцінку на екзамені;

«4 бали» – до вивчення дисципліни потрібна значна концентрація зусиль і часу;

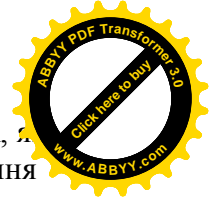
«5 балів» – максимальна концентрація зусиль і часу гарантує високу оцінку на екзамені.

X4 – елементи наукового пошуку:

«0 балів» – вся інформація при вивченні даної дисципліни добре представлена у рекомендованій літературі;

«1 бал» – необхідно вести конспект лекцій, в якому висвітлюються матеріали, яких не можна почерпнути із відомих літературних джерел;

«2 бали» – без конспекту лекцій неможливо проробляти практичні заняття;



«3 бали» – на практичних роботах вирішуються задачі, які потребують творчого підходу і максимального використання комп'ютерної техніки;

«4 бали» – максимальне використання теоретичного матеріалу лекційного курсу в поєднанні із максимальним використанням комп'ютерної техніки;

«5 балів» – написання власних монографій під керівництвом наукового керівника.

X5 – зв'язок зі спеціальністю:

«0 балів» – «Я не можу відмітити зв'язку зі спеціальністю;

«1 бал» – зв'язок зі спеціальністю незначний;

«2 бали» – зв'язок зі спеціальністю помірний;

«3 бали» – зв'язок зі спеціальністю добрий;

«4 бали» – зв'язок зі спеціальністю високий;

«5 балів» – зв'язок зі спеціальністю повний.

X6, X7 – степінь самостійності в написанні монографії:

«0 балів» – я не зміг завершити дослідження, щоб написати монографію;

«1 бал» – монографія не завершена;

«2 бали» – «Мені допомогли завершити роботу над монографією»;

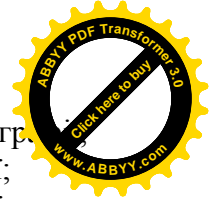
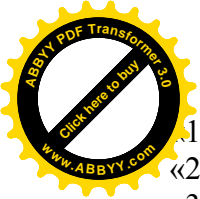
«3 бали» – «Я сам написав монографію при консультації і наявності допоміжних матеріалів»;

«4 бали» – «Необхідні розрахункові файли створені мною особисто»;

«5 балів» – «Монографія написана, набрана на комп'ютері і видана при моїй же власній авторській редакції».

X8 – оцінка студентами створеної наукової школи:

«0 балів» – наукова школа не відбулась, монографії не написані;

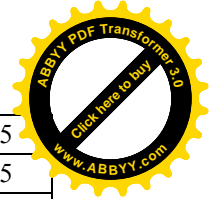
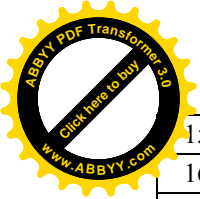


- «1 бал» – 10 відсотків студентів написали власні монографії;
- «2 бали» – 25 відсотків студентів написали монографії;
- «3 бали» – 50 відсотків студентів написали монографії;
- «4 бали» – 75 відсотків студентів написали монографії;
- «5 балів» – 85 відсотків студентів написали монографії.

Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].

Таблиця 1.1. Зведена таблиця успішності по шкалі EST

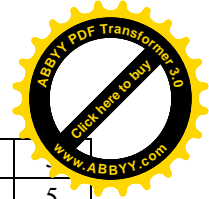
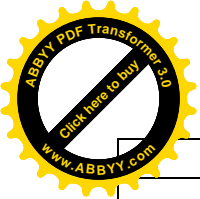
№п. п..	Екз. оц.	Інтерес вивчення дисципл.			Оцінка викладу		Трудність вивчення дисципліни		Елем. наук. пошуку		Зв'язок зі спец.		Оцінка моногр.1		Оцінка моногр.2		Оцінка Наук. школ.
		X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8							
1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5							
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5							
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5							
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5							
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5							
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5							
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5							
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5							
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5							
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5							
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5							
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4							
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5							
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5							



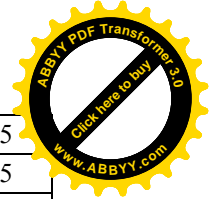
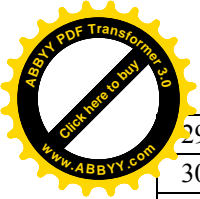
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
Σ	3547	38	182	189	148	178	183	183	172	187

1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту

Представимо матрицю X коефіцієнтів початкових рівнянь
Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].



1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5



29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5

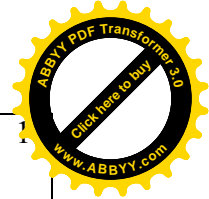
Приведемо описову статистику на 8 останніх стовпчиків матриці (значень X_1, X_2, \dots, X_8)

Відповіді студентів:

1. стовпчик – Інтерес до вивчення дисципліни (X_1);
2. стовпчик – Оцінка студентами роботи викладача (X_2);
3. стовпчик – Трудність вивчення дисципліни (X_3);
4. стовпчик – Елементи наукового пошуку (X_4)
5. стовпчик – Зв'язок зі спеціальністю (X_5);
6. стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 1 (X_6);
7. стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 2 (X_7);
8. стовпчик – Оцінка студентами роботи наукової школи в цілому (X_8).

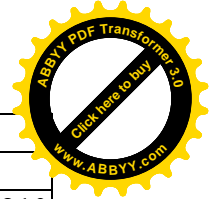
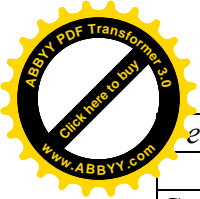
Таблиця 1.2. Описова статистика

Столбец1		Столбец2		Столбец3		Столбец4	
Среднее	4,789474	Среднее	4,973684211	Среднее	3,8947368	Среднее	4,6842105
Станд	0,0670	Станд	0,0263	Станд	0,1450	Станд	0,0852

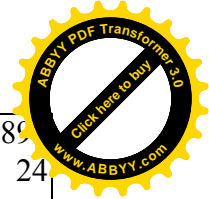
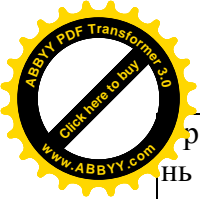


Датная ошибк а	23	артная ошибк а	15789	артная ошибк а	436	артная ошибк а	1
Медиа на	5	Медиа на	5	Медиа на	4	Медиа на	5
Мода	5	Мода	5	Мода	3	Мода	5
Станд артное откло нение	0,4131 55	Станд артное откло нение	0,1622 21421	Станд артное откло нение	0,8941 091	Станд артное откло нение	0,5253 191
Диспе рсия выбор ки	0,1706 97	Диспе рсия выбор ки	0,0263 15789	Диспе рсия выбор ки	0,7994 31	Диспе рсия выбор ки	0,2759 602
Эксце сс	0,1952 78	Эксце сс	38	Эксце сс	- 1,2813 299	Эксце сс	1,1260 723
Асим метри чность	- 1,4791 33	Асим метри чность	- 6,1644 14003	Асим метри чность	- 0,0245 445	Асим метри чность	- 1,4031 726
Интер вал	1	Интер вал	1	Интер вал	3	Интер вал	2
Мини мум	4	Мини мум	4	Мини мум	2	Мини мум	3
Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5
Сумма	182	Сумма	189	Сумма	148	Сумма	178
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38
Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1358 01	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,0533 20854	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,2938 863	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1726 681

Столб		Столб		Столб		Стол	
-------	--	-------	--	-------	--	------	--



ец5		ец6		ец7		бец8	
Среднее	4,8157895	Среднее	4,815789	Среднее	4,526316	Среднее	4,921053
Стандартная ошибка	0,0637302	Стандартная ошибка	0,135227	Стандартная ошибка	0,222289	Стандартная ошибка	0,044331
Медиана	5	Медиана	5	Медиана	5	Медиана	5
Мода	5	Мода	5	Мода	5	Мода	5
Стандартное отклонение	0,3928595	Стандартное отклонение	0,833594	Стандартное отклонение	1,37028	Стандартное отклонение	0,273276
Дисперсия выборки	0,1543385	Дисперсия выборки	0,694879	Дисперсия выборки	1,877667	Дисперсия выборки	0,07468
Эксцесс	0,925609	Эксцесс	32,21157	Эксцесс	8,110829	Эксцесс	9,054512
Асимметричность	-1,69696	Асимметричность	-5,543404	Асимметричность	-3,0518	Асимметричность	-3,25271
Интервал	1	Интервал	5	Интервал	5	Интервал	1
Минимум	4	Минимум	0	Минимум	0	Минимум	4
Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5
Сумма	183	Сумма	183	Сумма	172	Сумма	187
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38

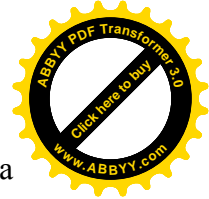
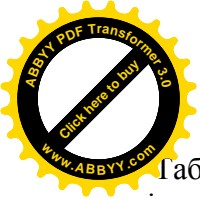


Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1291 297	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,2739 96	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,4504	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,089 24
--	---------------	--	--------------	--	--------	--	-------------

Таблиця 1.3. Описова статистика результатів екзамену (оцінки по EST-вектор У)

<i>Столбец У</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	1,139162
Медиана	92,5
Мода	100
Стандартное отклонение	7,022267
Дисперсия выборки	49,31223
Экссесс	- 0,371058
Асимметричность	- 0,668396
Интервал	23
Минимум	77
Максимум	100
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	100
Наименьший(1)	77
Уровень надежности(95,0%)	2,308162

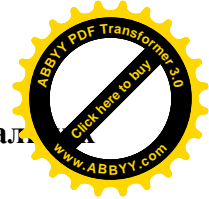
Забігаючи вперед, порівняємо статистику оцінок викладача (табл.1.3) з оцінками, виставленими студентам комп'ютером (табл.1.4)



Таблиця 1.4. Описова статистика результатів екзамену за оцінками комп'ютера

<i>У'Столбец1</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,674123
Медиана	94,44051
Мода	94,44051
Стандартное отклонение	4,155576
Дисперсия выборки	17,26881
Экссесс	4,152453
Асимметричность	-
Интервал	1,759888
Минимум	22,26522
Максимум	80,19449
Сумма	102,4597
Счет	3547
Наибольший(1)	38
Наименьший(1)	102,4597
Уровень надежности(95,0%)	80,19449
	1,365904

В подальшому приведемо теоретичні основи обробки експериментальних даних.

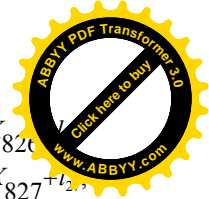
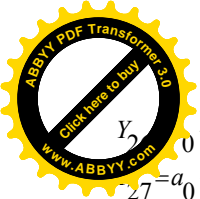


РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

Представимо n початкових рівнянь у вигляді [2]

$$\begin{aligned} Y_1 &= a_0 + a_1 X_{11} + a_2 X_{21} + a_3 X_{31} + a_4 X_{41} + a_5 X_{51} + a_6 X_{61} + a_7 X_{71} + a_8 X_{81} + l_1, \\ Y_2 &= a_0 + a_1 X_{12} + a_2 X_{22} + a_3 X_{32} + a_4 X_{42} + a_5 X_{52} + a_6 X_{62} + a_7 X_{72} + a_8 X_{82} + l_2, \\ Y_3 &= a_0 + a_1 X_{13} + a_2 X_{23} + a_3 X_{33} + a_4 X_{43} + a_5 X_{53} + a_6 X_{63} + a_7 X_{73} + a_8 X_{83} + l_3, \\ Y_4 &= a_0 + a_1 X_{14} + a_2 X_{24} + a_3 X_{34} + a_4 X_{44} + a_5 X_{54} + a_6 X_{64} + a_7 X_{74} + a_8 X_{84} + l_4, \\ Y_5 &= a_0 + a_1 X_{15} + a_2 X_{25} + a_3 X_{35} + a_4 X_{45} + a_5 X_{55} + a_6 X_{65} + a_7 X_{75} + a_8 X_{85} + l_5, \\ Y_6 &= a_0 + a_1 X_{16} + a_2 X_{26} + a_3 X_{36} + a_4 X_{46} + a_5 X_{56} + a_6 X_{66} + a_7 X_{76} + a_8 X_{86} + l_6, \\ Y_7 &= a_0 + a_1 X_{17} + a_2 X_{27} + a_3 X_{37} + a_4 X_{47} + a_5 X_{57} + a_6 X_{67} + a_7 X_{77} + a_8 X_{87} + l_7, \\ Y_8 &= a_0 + a_1 X_{18} + a_2 X_{28} + a_3 X_{38} + a_4 X_{48} + a_5 X_{58} + a_6 X_{68} + a_7 X_{78} + a_8 X_{88} + l_8, \\ Y_9 &= a_0 + a_1 X_{19} + a_2 X_{29} + a_3 X_{39} + a_4 X_{49} + a_5 X_{59} + a_6 X_{69} + a_7 X_{79} + a_8 X_{89} + l_9, \quad (3.1) \\ Y_{10} &= a_0 + a_1 X_{110} + a_2 X_{210} + a_3 X_{310} + a_4 X_{410} + a_5 X_{510} + a_6 X_{610} + a_7 X_{710} + a_8 X_{810} + l_{10}, \\ Y_{11} &= a_0 + a_1 X_{111} + a_2 X_{211} + a_3 X_{311} + a_4 X_{411} + a_5 X_{511} + a_6 X_{611} + a_7 X_{711} + a_8 X_{811} + l_{11}, \\ Y_{12} &= a_0 + a_1 X_{112} + a_2 X_{212} + a_3 X_{312} + a_4 X_{412} + a_5 X_{512} + a_6 X_{612} + a_7 X_{712} + a_8 X_{812} + l_{12}, \\ Y_{13} &= a_0 + a_1 X_{113} + a_2 X_{213} + a_3 X_{313} + a_4 X_{413} + a_5 X_{513} + a_6 X_{613} + a_7 X_{713} + a_8 X_{813} + l_{13}, \\ Y_{14} &= a_0 + a_1 X_{114} + a_2 X_{214} + a_3 X_{314} + a_4 X_{414} + a_5 X_{514} + a_6 X_{614} + a_7 X_{714} + a_8 X_{814} + l_{14}, \\ Y_{15} &= a_0 + a_1 X_{115} + a_2 X_{215} + a_3 X_{315} + a_4 X_{415} + a_5 X_{515} + a_6 X_{615} + a_7 X_{715} + a_8 X_{815} + l_{15}, \\ Y_{16} &= a_0 + a_1 X_{116} + a_2 X_{216} + a_3 X_{316} + a_4 X_{416} + a_5 X_{516} + a_6 X_{616} + a_7 X_{716} + a_8 X_{816} + l_{16}, \\ Y_{17} &= a_0 + a_1 X_{117} + a_2 X_{217} + a_3 X_{317} + a_4 X_{417} + a_5 X_{517} + a_6 X_{617} + a_7 X_{717} + a_8 X_{817} + l_{17}, \\ Y_{18} &= a_0 + a_1 X_{118} + a_2 X_{218} + a_3 X_{318} + a_4 X_{418} + a_5 X_{518} + a_6 X_{618} + a_7 X_{718} + a_8 X_{818} + l_{18}, \\ Y_{19} &= a_0 + a_1 X_{119} + a_2 X_{219} + a_3 X_{319} + a_4 X_{419} + a_5 X_{519} + a_6 X_{619} + a_7 X_{719} + a_8 X_{819} + l_{19}, \\ Y_{20} &= a_0 + a_1 X_{120} + a_2 X_{220} + a_3 X_{320} + a_4 X_{420} + a_5 X_{520} + a_6 X_{620} + a_7 X_{720} + a_8 X_{820} + l_{20}, \\ Y_{21} &= a_0 + a_1 X_{121} + a_2 X_{221} + a_3 X_{321} + a_4 X_{421} + a_5 X_{521} + a_6 X_{621} + a_7 X_{721} + a_8 X_{821} + l_{21}, \\ Y_{22} &= a_0 + a_1 X_{122} + a_2 X_{222} + a_3 X_{322} + a_4 X_{422} + a_5 X_{522} + a_6 X_{622} + a_7 X_{722} + a_8 X_{822} + l_{22}, \\ Y_{23} &= a_0 + a_1 X_{123} + a_2 X_{223} + a_3 X_{323} + a_4 X_{423} + a_5 X_{523} + a_6 X_{623} + a_7 X_{723} + a_8 X_{823} + l_{23}, \\ Y_{24} &= a_0 + a_1 X_{124} + a_2 X_{224} + a_3 X_{324} + a_4 X_{424} + a_5 X_{524} + a_6 X_{624} + a_7 X_{724} + a_8 X_{824} + l_{24}, \\ Y_{25} &= a_0 + a_1 X_{125} + a_2 X_{225} + a_3 X_{325} + a_4 X_{425} + a_5 X_{525} + a_6 X_{625} + a_7 X_{725} + a_8 X_{825} + l_{25}, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
Y_7 &= a_0 + a_1 X_{126} + a_2 X_{226} + a_3 X_{326} + a_4 X_{426} + a_5 X_{526} + a_6 X_{626} + a_7 X_{726} + a_8 X_{826} + l_{27}, \\
Y_{27} &= a_0 + a_1 X_{127} + a_2 X_{227} + a_3 X_{327} + a_4 X_{427} + a_5 X_{527} + a_6 X_{627} + a_7 X_{727} + a_8 X_{827} + l_{27}, \\
Y_{28} &= a_0 + a_1 X_{128} + a_2 X_{228} + a_3 X_{328} + a_4 X_{428} + a_5 X_{528} + a_6 X_{628} + a_7 X_{728} + a_8 X_{828} + l_{28}, \\
Y_{29} &= a_0 + a_1 X_{129} + a_2 X_{229} + a_3 X_{329} + a_4 X_{429} + a_5 X_{529} + a_6 X_{629} + a_7 X_{729} + a_8 X_{829} + l_{29}, \\
Y_{30} &= a_0 + a_1 X_{130} + a_2 X_{230} + a_3 X_{330} + a_4 X_{430} + a_5 X_{530} + a_6 X_{630} + a_7 X_{730} + a_8 X_{830} + l_{30}, \\
Y_{31} &= a_0 + a_1 X_{131} + a_2 X_{231} + a_3 X_{331} + a_4 X_{431} + a_5 X_{531} + a_6 X_{631} + a_7 X_{731} + a_8 X_{831} + l_{31}, \\
Y_{32} &= a_0 + a_1 X_{132} + a_2 X_{232} + a_3 X_{332} + a_4 X_{432} + a_5 X_{532} + a_6 X_{632} + a_7 X_{732} + a_8 X_{832} + l_{32}, \\
Y_{33} &= a_0 + a_1 X_{133} + a_2 X_{233} + a_3 X_{333} + a_4 X_{433} + a_5 X_{533} + a_6 X_{633} + a_7 X_{733} + a_8 X_{833} + l_{33}, \\
Y_{34} &= a_0 + a_1 X_{134} + a_2 X_{234} + a_3 X_{334} + a_4 X_{434} + a_5 X_{534} + a_6 X_{634} + a_7 X_{734} + a_8 X_{834} + l_{34}, \\
Y_{35} &= a_0 + a_1 X_{135} + a_2 X_{235} + a_3 X_{335} + a_4 X_{435} + a_5 X_{535} + a_6 X_{635} + a_7 X_{735} + a_8 X_{835} + l_{35}, \\
Y_{36} &= a_0 + a_1 X_{136} + a_2 X_{236} + a_3 X_{336} + a_4 X_{436} + a_5 X_{536} + a_6 X_{636} + a_7 X_{736} + a_8 X_{836} + l_{36}, \\
Y_{37} &= a_0 + a_1 X_{137} + a_2 X_{237} + a_3 X_{337} + a_4 X_{437} + a_5 X_{537} + a_6 X_{637} + a_7 X_{737} + a_8 X_{837} + l_{37}, \\
Y_{38} &= a_0 + a_1 X_{138} + a_2 X_{238} + a_3 X_{338} + a_4 X_{438} + a_5 X_{538} + a_6 X_{638} + a_7 X_{738} + a_8 X_{838} + l_{38}.
\end{aligned}$$

Або в матричній формі

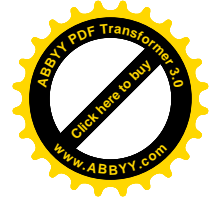
$$Y = Xa + l, \tag{3.2}$$

де Y – вектор-стовпець екзаменаційних оцінок по 100-бальній шкалі EST

$$\dots\dots\dots(3.3)$$

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ Y_{38} \end{pmatrix}$$

X – матриця експертних оцінок студентів проведеного анкетування після здачі екзамену



$$X = \begin{bmatrix} X_{00} & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{81} \\ X_{00} & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{82} \\ X_{00} & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{83} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{00} & X_{138} & X_{238} & X_{338} & \dots & X_{838} \end{bmatrix},$$

.....(3.4)

X_0 –

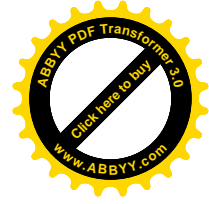
фіктивний фактор, всі значення якого дорівнюють одиниці.

Досліджувані фактори:

- X1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X5 – зв’язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

Другим індексом позначений номер студента в загальному списку. Всього в експерименті приймало участь 38 студентів.

a – вектор-стовпець невідомих коефіцієнтів емпіричної формули



$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \alpha_8 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

l – вектор-стовпець відхилень фактичних даних від розрахункових

$$l = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ l_{38} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

Так як

$$l = Y - Xa, \dots\dots\dots (3.7)$$

то функціонал Q буде

$$Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots a_8) = \sum_{i=1}^{38} l_i^2, \dots\dots\dots (3.8)$$

тобто



$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = l^T l = [Y - [X]a]^T [Y - [X]a] \dots\dots\dots(3.9)$$

або

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - Y^T [X]a - a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a ,$$

..(3.10)

i

... (3.11)

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - 2a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a .$$

Для функціонала $Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots a_8)$ в точці екстремуму виконується умова

$$\frac{dQ}{da^T} = 0. \dots\dots\dots(5.3.12)$$

З цієї умови отримаємо

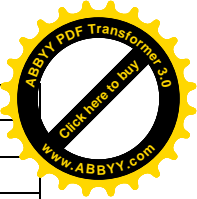
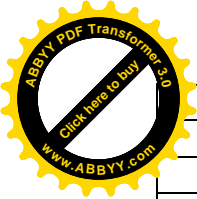
$$\frac{dQ}{da^T} = -2[X]^T Y + 2[X]^T [X]a \Rightarrow [X]^T [X]a = [X]^T Y. \dots\dots\dots(3.13)$$

Домножуючи зліва останнє матричне рівняння на матрицю обернену матриці

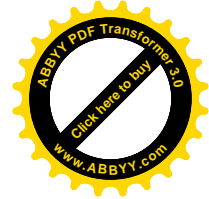
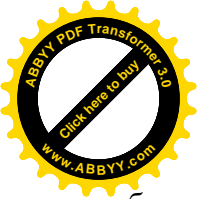
$[X]^T [X]$, отримаємо шуканий вектор a

$$a = \left[[X]^T [X] \right]^{-1} [X]^T Y, \dots\dots\dots(3.14)$$

де



1	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5



$$N = [X]^T X, \quad (3.17)$$

або

$$N = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{mi} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n X_{mi} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi}^2 \end{bmatrix} \quad (5.3.18)$$

І в нашому випадку, ми отримали

Таблиця 3.3. Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N

38	182	189	148	178	183	183	172	187
182	878	906	708	854	881	880	833	897
189	906	941	737	886	911	910	856	930
148	708	737	606	695	713	712	674	729
178	854	886	695	844	860	855	803	877
183	881	911	713	860	887	885	838	902
183	880	910	712	855	885	907	855	905
172	833	856	674	803	838	855	848	851
187	897	930	729	877	902	905	851	923

Вектор вільних членів розраховується за формулою



$$\ell = [X]^T Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{138} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{238} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & \dots & X_{338} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{81} & X_{82} & X_{83} & \dots & X_{838} \end{bmatrix} *$$

$$* \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ Y_{38} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{38} Y_i \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{2i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{3i} \\ \dots \\ \dots \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{8i} \end{bmatrix}$$

(3.19)

При цьому вектор результуючих ознак



№п.п..	Екз.оц.
	У
1	100
2	90
3	90
4	100
5	89
6	89
7	95
8	100
9	90
10	89
11	100
12	80
13	89
14	90
15	100
16	90
17	100
18	100
19	77
20	77
21	100
22	100
23	90
24	100
25	100
26	100
27	100
28	100
29	100
30	85
31	90
32	90
33	86
34	86
35	100
36	90
37	95
38	100
Σ	3547



У нашому випадку вектор вільних членів

Таблиця 3.4. Вектор вільних членів нормальних рівнянь

3547
17023
17646
13821
16593
17098
17158
16237
17470

Представимо формулу (3.14) у вигляді

$$a = [N]^{-1} * l, \tag{3.20}$$

де обернена матриця до матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь має вигляд

$$N^{-1} = \left[[X]^T [X] \right]^{-1}, \tag{3.21}$$

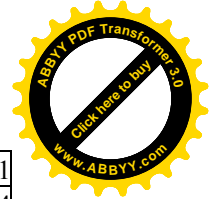
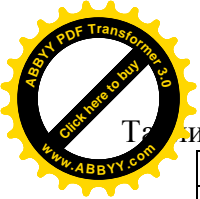
вектор вільних членів

$$l = [X]^T Y.$$

Обернену матрицю знаходимо в MS Excel за формулою

$$=МОБР(A54:I62).....\tag{3.23}$$

В нашому випадку матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь знаходиться в діапазоні (A54:I62). Попередньо виділивши масив під обернену матрицю, натиском клавіш F2 , Ctrl +Shift + Enter , отримали



Таблиця 3.5. Обернена матриця $Q=N^{-1}$

37,60993079	0,17429873	-5,864444295	0,097911
0,17429873	0,399089485	-0,121236141	0,019524
-5,864444295	-0,12123614	1,319023213	-0,04679
0,097910912	0,0195237	-0,046786832	0,037681
0,09744857	0,032038288	-0,03985332	-0,00493
0,307394507	-0,28479067	-0,142807802	0,003788
0,109580929	0,014785251	-0,009081906	0,007933
0,033235048	-0,01321701	0,018636552	-0,00678
-2,488659681	-0,07086638	0,183032862	-0,02198

Продовження матриці $Q=N^{-1}$

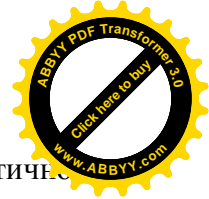
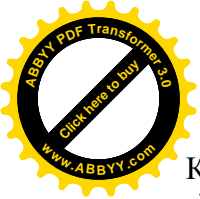
0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Перемноживши обернену матрицю на вектор вільних членів, за формулою (5.3.20) отримали

Таблиця 3.6. Вектор шуканих коефіцієнтів.

$$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$$

54,49228	a0
5,747557	a1
5,200595	a2
-0,07381	a3
-0,96701	a4
-6,97838	a5
0,037116	a6
2,585372	a7



| 2,43821 a8 |

Коефіцієнти емпіричної формули побудованої атематичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи розраховувались в MS Excel за формулою

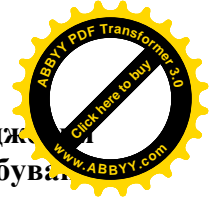
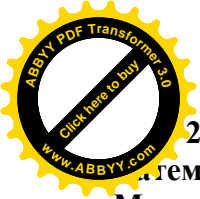
$$=МУМНОЖ(А66:І74;К54:К62). \quad (3.24)$$

При цьому обернена матриця знаходилась в діапазоні (А66:І54), а вектор вільних членів розміщувався в діапазоні (К54:К62). Попередньо виділивши масив під вектор коефіцієнтів математичної моделі, натиском клавіш F2, Ctrl +Shift + Enter, отримали вище приведені значення, на основі чого представляємо математичну модель базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи, яку приймаємо за істинну модель.

$$Y_{\text{істин.}}' = 54.49228X_0 + 5.747557X_1 + 5.200595X_2 - 0.07381X_3 - 0.96701X_4 - 6.97838X_5 + 0.037116X_6 + 2.585372X_7 + 2.43821X_8. \quad (3.24)$$

Побудувавши ймовірнішу модель по способу найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно побудувати спотворену математичну модель методом статистичних випробувань Монте Карло і зрівноважити її по способу найменших квадратів, виконавши повну оцінку точності зрівноважених елементів. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.

На діаграмі 1 приведена істинна модель, в яку в подальшому вводилися істинні похибки, будувалася спотворена модель, зрівноважувалася по способу найменших квадратів, аналізувалася і досліджувалася, що і було предметом досліджень даної монографії.



2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

При проведенні досліджень приймемо середню квадратичну похибку оцінки відповіді студента викладачом в 0,5 балів за шкалою EST.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,5 .

Користуючись таблицями псевдовипадкових чисел ряд років, ми прийшли до висновку, що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олегом Олександровичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича.

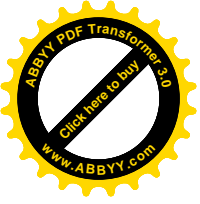
Але, приймаючи до уваги, що нам буде потрібно для кожної математичної моделі по 38 псевдовипадкових чисел, в даній роботі будемо генерувати псевдовипадкові числа за формулою

$$\xi = \text{СЛЧИС}() * 0,01 * N \quad , \quad (4.1)$$

де N – номер варіанту (дві останні цифри математичної моделі).

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ξ_i , розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ξ_{ip} .



$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n},$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \quad (4.3)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гаусса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta'^2_i}{n}}, \quad (4.4)$$

4. Вчисляють коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m_{\Delta'}} \dots \quad (4.5)$$

де C – необхідна нормована константа.

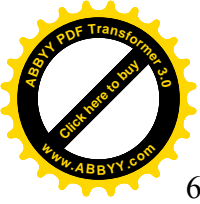
Так, наприклад, при $m_{\Delta'} = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357,$$

а при $C=0,05$, отримаємо $K_{0,05} = 0,05/0,28 = 0,178$.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K, \quad (4.6)$$



6. Заключним контролем служит розрахунок середньої квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок Δ

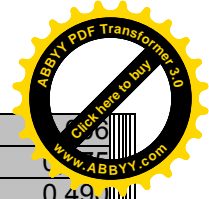
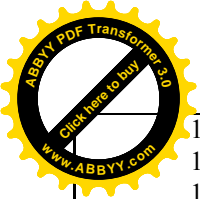
$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta^2}{n}}, \quad (4.7)$$

і порівняння

$$m_{\Delta} = C \quad (4.8)$$

Таблиця 4.1. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок

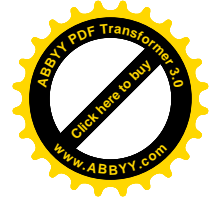
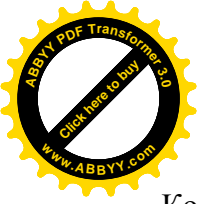
	$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$	$\xi_{\text{середн.}}$	$\Delta_i' = \xi_i - \xi_{\text{ср.}}$	$\Delta_i'^2$	$\Delta i = k * \Delta_i'$	Δ_i^2
2	0,0718	0,052	0,020	0,000	0,294	0,087
3	0,0989	0,052	0,047	0,002	0,691	0,478
4	0,0841	0,052	0,032	0,001	0,474	0,225
5	0,0248	0,052	-0,027	0,001	-0,394	0,155
6	0,0847	0,052	0,033	0,001	0,483	0,233
7	0,0552	0,052	0,003	0,000	0,051	0,003
8	0,0039	0,052	-0,048	0,002	-0,700	0,490
9	0,0384	0,052	-0,013	0,000	-0,195	0,038
10	0,0364	0,052	-0,015	0,000	-0,224	0,050
11	0,0193	0,052	-0,032	0,001	-0,475	0,225
12	0,0011	0,052	-0,051	0,003	-0,741	0,549
13	0,0989	0,052	0,047	0,002	0,691	0,478



14	0,0466	0,052	-0,005	0,000	-0,075	
15	0,0231	0,052	-0,029	0,001	-0,419	
16	0,0039	0,052	-0,048	0,002	-0,700	0,490
17	0,0946	0,052	0,043	0,002	0,628	0,395
18	0,0751	0,052	0,023	0,001	0,343	0,117
19	0,0486	0,052	-0,003	0,000	-0,045	0,002
20	0,0819	0,052	0,030	0,001	0,442	0,195
21	0,0877	0,052	0,036	0,001	0,527	0,278
22	0,0347	0,052	-0,017	0,000	-0,249	0,062
23	0,0219	0,052	-0,030	0,001	-0,436	0,190
24	0,1035	0,052	0,052	0,003	0,758	0,575
25	0,0399	0,052	-0,012	0,000	-0,173	0,030
26	0,0977	0,052	0,046	0,002	0,673	0,454
27	0,048	0,052	-0,004	0,000	-0,054	0,003
28	0,1028	0,052	0,051	0,003	0,748	0,560
29	0,0033	0,052	-0,048	0,002	-0,709	0,502
30	0,0868	0,052	0,035	0,001	0,514	0,264
31	0,0028	0,052	-0,049	0,002	-0,716	0,513
32	0,0316	0,052	-0,020	0,000	-0,294	0,087
33	0,0102	0,052	-0,042	0,002	-0,608	0,369
34	0,0681	0,052	0,016	0,000	0,240	0,058
35	0,082	0,052	0,030	0,001	0,444	0,197
36	0,0406	0,052	-0,011	0,000	-0,163	0,026
37	0,0872	0,052	0,035	0,001	0,520	0,270
38	0,0083	0,052	-0,043	0,002	-0,636	0,404
39	0,0164	0,052	-0,035	0,001	-0,517	0,267
40	1,965	1,965	0,000	0,044	0,000	9,500

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$m\Delta i' = \sqrt{([\Delta i'^2/n])}$$
$$0,034146472$$



Коефіцієнт пропорційності

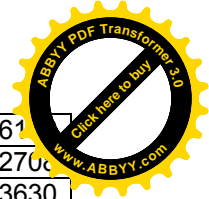
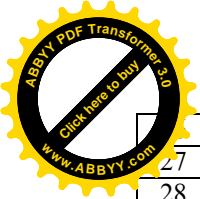
$$K = \frac{0,5}{0,034146472} = 14,642801..$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,5$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{9,500}{38}} = 0,5 .$$

Таблиця 4.2. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$Y_{сномв.} = Y_{іст.} + \Delta_i$
	Екз.оцін.	Уіст.=X*А		
2	100	102,4597125	0,294	102,75396
3	90	94,44050746	0,691	95,13157
4	90	94,44050746	0,474	94,91486
5	100	94,58812998	-0,394	94,19416
6	89	89	0,483	89,48314
7	89	95,55514436	0,051	95,60632
8	95	94,44050746	-0,700	93,74050
9	100	94,66194123	-0,195	94,46711
10	90	94,44050746	-0,224	94,21640
11	89	82,81828264	-0,475	82,34378
12	100	94,44050746	-0,741	93,69950
13	80	80,19449082	0,691	80,88555
14	89	94,12678395	-0,075	94,05203
15	90	94,58812998	-0,419	94,16927
16	100	96,44834749	-0,700	95,74834
17	90	95,48133311	0,628	96,10943
18	100	96,71215568	0,343	97,05472
19	100	94,40339101	-0,045	94,35792
20	77	81,62415487	0,442	82,06629
21	77	94,58812998	0,527	95,11519
22	100	94,44050746	-0,249	94,19150
23	100	95,48133311	-0,436	95,04490
24	90	91,68857438	0,758	92,44699
25	100	94,58812998	-0,173	94,41527



	100	94,58812998	0,673	95,261
27	100	95,48133311	-0,054	95,4270
28	100	94,58812998	0,748	95,33630
29	100	94,44050746	-0,709	93,73172
30	100	94,58812998	0,514	95,10202
31	85	88,69295063	-0,716	87,97684
32	90	94,58812998	-0,294	94,29373
33	90	88,76676189	-0,608	88,15901
34	86	94,44050746	0,240	94,68057
35	86	94,58812998	0,444	95,03173
36	100	94,58812998	-0,163	94,42552
37	90	94,44050746	0,520	94,96025
38	95	93,11693479	-0,636	92,48136
39	100	94,44050746	-0,517	93,92354
Σ	3547	3547	0,000	3547,00000

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.

РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження

3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження

За формулою (3.19) отримаємо вектор вільних членів нормальних рівнянь

$$= \text{МУМНОЖ}(A46:AL54; AI2: Ai39) F2, \text{Ctrl}+\text{Shift}+\text{Enter} \quad (5.1)$$

$L' = X_T * Y_{\text{спт.}}$
3547
17022,59794



17645,51686
13817,60904
16593,04339
17095,97983
17154,14802
16232,53973
17469,18609

Вектор
вільних
членів

Вектор коефіцієнтів математичної моделі ,побудованої
в даній монографії, отримаємо за формулою

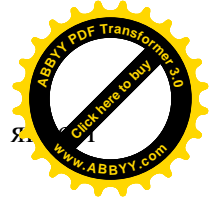
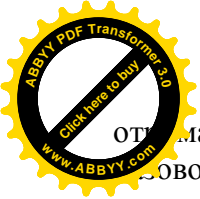
$$A' = QL', \quad (5.2)$$

І в нашому випадку

=МУМНОЖ(A68:I76;R68:R76) F2, Ctrl+Shift+Enter (5.3)

A'=Q*L'	
57,761953	a0
6,215861	a1
4,860379	a2
-0,177136	a3
-0,805308	a4
-7,707026	a5
-0,106101	a6
2,633181	a7
2,398951	a8
Вектор коефіцієнтів	
зрівноваженої моделі	

Таким чином, на основі проведених нами досліджень,



Отримана емпірична формула математичної моделі з...
 нової дисципліни в рамках наукової школи

$$Y_{\text{моделі}}' = 57.761953X_0 + 6.215861X_1 + 4.860379X_2 - 0.177136X_3 - 0.805308X_4 - 7.707026X_5 - 0.106101X_6 + 2.633181X_7 + 2.398951X_8. \quad (5.4)$$

3.6. Контроль зрівноваження

Перший контроль виконання процедури зрівноваження виконується за формулою

$$L' = N * A' \quad (6.1)$$

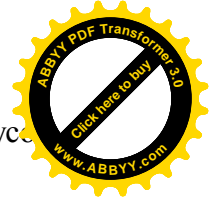
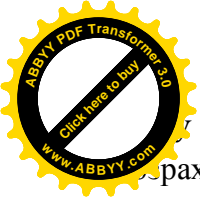
або для нашого розрахункового файла
 =МУМНОЖ(A57:I65;T68:T76)) F2, Ctrl+Shift+Enter (6.2)

І в нашому випадку

L'=N*A'
3547,000
17022,598
17645,517
13817,609
16593,043
17095,980
17154,148
16232,540
17469,186
Контроль І

Другий контроль процедури зрівноваження виконується за формулою

$$[YY] - a_0[Y] - a_1[YX_1] - a_2[YX_2] - a_3[YX_3] - a_4[YX_4] - a_5[YX_5] - a_6[YX_6] - a_7[YX_7] - a_8[YX_8] = [VV] \quad (6.3)$$



формулі (6.3) символом [] позначені суми за Гаусса. Розрахунок був проведений в MS Excel за формулою

$$=S40-МУМНОЖ(ТРАНСП(Т68:Т76);R68:R76) \quad (6.4)$$

В чарунку S40 знаходилася сума квадратів [YY], в діапазоні (Т68:Т76) знаходилися значення $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$, в діапазоні (R68:R76) знаходилися вільні члени нормальних рівнянь.

В матричній формі запис формули контролю зрівноваження буде

$$\begin{bmatrix} Y^T Y \\ V^T V \end{bmatrix} - \ell K^T = \begin{bmatrix} V^T V \end{bmatrix} \quad \dots \quad (6.5)$$

В нашому випадку отримали

$$\begin{bmatrix} Y^T Y \\ V^T V \end{bmatrix} - \ell K^T = \begin{bmatrix} 7,3241565 \\ 7,3241565 \end{bmatrix}$$

Різниця між даними числами склала $\Delta = -0,0000001$, що говорить про коректність процедури зрівноваження в цілому.

Третім контролем процедури зрівноваження був розрахунок за формулою

$$=ЛИНЕЙН(R2:R39;H2:P39;1;1) \quad F2, Ctrl+Shift+Enter. \quad (6.6)$$

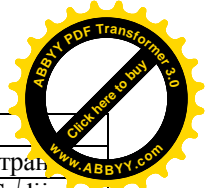
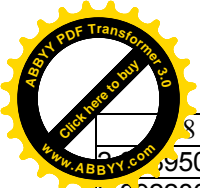
Діапазоном (R2:R39) відмічені екзаменаційні оцінки $Y_{сп}$, діапазоном (H2:P39) відмічені результати експертних оцінок студентів.

В строчці (1) приведені коефіцієнти моделі, які повністю співпадають з відповідними коефіцієнтами в отриманій нами формулі (3.24) математичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи.

В другій строчці приведені середні квадратичні похибки (стандарти) даних коефіцієнтів.

Як видно із табл.6.1, лише для коефіцієнтів $a_8, a_7, a_5, a_4, a_2, a_1$ і a_0 середні квадратичні похибки менші самих коефіцієнтів.

Таблиця 6.1. Другий контроль процедури зрівноваження



	a_7	a_6	a_5		
950825	2,633180922	-0,1061015	-7,70702597	$=a_i$	$A'' \text{тран}$
0,392280539	0,089369239	0,14770768	0,373115671	стандарт S	$a_i = S \sqrt{d_{ii}}$
0,988557666	0,502550617	#Н/Д	#Н/Д	R^2	μ
313,1809821	29	#Н/Д	#Н/Д	Фкритерій	$n-m-1$
632,7687008	7,324156546	#Н/Д	#Н/Д	$[(Y' - Y_{сп})^2]$	$[VV]$
a_8	a_7	a_6	a_5		

Продовження таблиці 6.1.

a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
-0,805308	-0,177136	4,86037881	6,215861	57,761953
0,188844	0,097553	0,57717303	0,317479	3,081989
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д

Розраховуючи зрівноважені значення \tilde{Y} , отримали

Таблиця 6.2. Зрівноважені значення Y'

$Y' = X * A'$	$V = Y' - Y_{спт}$	VV
103,0154194	0,26146	0,068363
94,32594888	-0,80562	0,649026
94,32594888	-0,58891	0,346813
94,68022142	0,48606	0,236254
89,48313537	0,00000	2,9E-22
95,48552972	-0,12079	0,01459
94,32594888	0,58544	0,342745
94,85735769	0,39024	0,152289
94,32594888	0,10955	0,012002
82,82834592	0,48457	0,234805
94,32594888	0,62644	0,392432
80,95990257	0,07435	0,005528
94,1663779	0,11435	0,013076
94,68022142	0,51095	0,261073
96,11370175	0,36536	0,133486
95,30839345	-0,80104	0,641663
96,79955883	-0,25516	0,065107
94,43205037	0,07413	0,005495
81,62041831	-0,44587	0,198802
94,68022142	-0,43497	0,189201
94,32594888	0,13445	0,018076



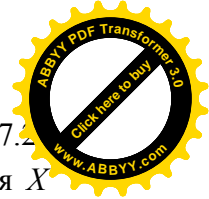
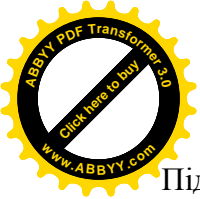
95,30839345	0,26349	0,069429
91,76742708	-0,67957	0,461812
94,68022142	0,26495	0,0702
94,68022142	-0,58140	0,338026
95,30839345	-0,11868	0,014086
94,68022142	-0,65608	0,430439
94,32594888	0,59423	0,353109
94,68022142	-0,42179	0,17791
88,11008828	0,13325	0,017755
94,68022142	0,38649	0,149374
88,28722455	0,12822	0,016439
94,32594888	-0,35462	0,125758
94,68022142	-0,35151	0,123558
94,68022142	0,25470	0,064874
94,32594888	-0,63430	0,402338
93,0865789	0,60522	0,36629
94,32594888	0,40241	0,161933
3547	7,16E-10	7,324157

3.7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} \quad (7.1)$$

У формулі (7.1) n - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n = 38$; $K = 9$. V - різниця між вирахованим значенням y' і вихідним значенням y_i



$$V_i = y'_i - y_i \quad \dots\dots (7.2)$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (5.4) значення X початкових рівнянь отримаємо розрахункові значення y' , які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень $Y_{\text{сми}}$.

Середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами наших досліджень

$$\mu = \sqrt{(7,324157/29)} = 0,502551.$$

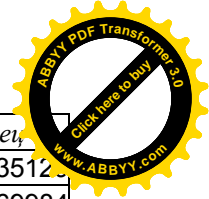
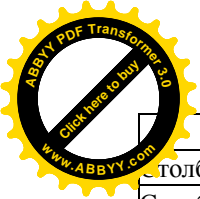
Коваріаційна матриця $K=N^{-1}\mu^2$

9,498655889	0,044020386	-1,481107175	0,024728
0,044020386	0,100792892	-0,030619051	0,004931
-1,481107175	-0,03061905	0,333128707	-0,01182
0,024728098	0,00493085	-0,011816348	0,009517
0,02461133	0,008091498	-0,01006524	-0,00124
0,077634672	-0,07192591	-0,036067128	0,000957
0,027675444	0,00373412	-0,0022937	0,002003
0,008393748	-0,00333805	0,004706794	-0,00171
-0,628528727	-0,01789781	0,046226253	-0,00555
X0	X1	X2	X3

Продовження коваріаційної матриці $K=N^{-1}\mu^2$

0,0246113	0,077634672	0,027675444	0,008394	-0,62853
0,0080915	-0,071925912	0,00373412	-0,00334	-0,0179
-0,010065	-0,036067128	-0,0022937	0,004707	0,046226
-0,001244	0,000956634	0,002003472	-0,00171	-0,00555
0,0356621	-0,027005255	0,005316902	0,003331	-0,0175
-0,027005	0,139215304	-0,000899695	-0,00964	-0,01087
0,0053169	-0,000899695	0,021817559	-0,00681	-0,02779
0,0033307	-0,009635029	-0,006813539	0,007987	0,003721
-0,017504	-0,010866805	-0,027790003	0,003721	0,153884
X4	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця факторних ознак R



	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,183512
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753
	X1	X2	X3	X4

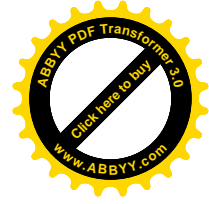
Продовження кореляційної матриці факторних ознак R

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8
0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683
0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
1	0,306225931	0,486201	0,364366
0,306225931	1	0,631377	0,527649
0,486201157	0,631376931	1	0,330486
0,364366275	0,527648579	0,330486	1
X5	X6	X7	X8

Обернена кореляційна матриця Z=1/R

	1	2	3	4
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488
8	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці Z=1/R



	5	6	7	8
	-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604
	-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221
	0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873
	-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813
	3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092
	-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744
	-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115
	-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603
	X5	X6	X7	X8

Частинні коефіцієнти кореляції

$$r_{ij} = \frac{z_{ij}}{\sqrt{(z_{ii} * z_{jj})}}$$

	1	2	3	4
1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616
2	-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345
3	0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці

$$r_{ij} = \frac{z_{ij}}{\sqrt{(z_{ii} * z_{jj})}}$$

-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371
-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167
0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424
-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961
-0,288949188	-0,51615674	1	0,10613
-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1
X5	X6	X7	X8



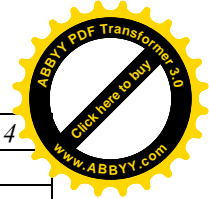
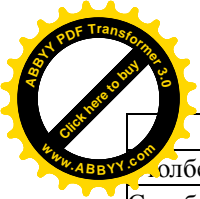
Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
 $R(Y_{\text{спотв.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

	<i>Столбец 1</i>	<i>Столбец 2</i>	<i>Столбец 3</i>	<i>Столбец 4</i>
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,566005136	1		
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1	
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	-0,03507725
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671
	Y _{спотв.}	X1	X2	X3

Продовження кореляційної матриці $R(Y_{\text{спотв.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

<i>Столбец 5</i>	<i>Столбец 6</i>	<i>Столбец 7</i>	<i>Столбец 8</i>	<i>Столбец 9</i>
1				
0,36039265	1			
-0,140922936	0,304486	1		
-0,107266457	0,483982	0,63073	1	
0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
X4	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
 $R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, Y'_{\text{зрівн.}})$



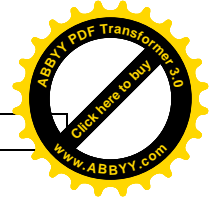
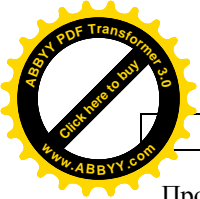
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,31835727	1		
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1	
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці R(X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,Y' зрівн.)

1				
0,306225931	1			
0,486201157	0,631377	1		
0,364366275	0,527649	0,330486	1	
0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X5	X6	X7	X8	Y'зрівн.

Кореляційна матриця істинної моделі R(X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,X9,Yістн.)

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1	
Столбец 4	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1
Столбец 5	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282
Столбец 6	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226
Столбец 7	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455
Столбец 8	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639
Столбец 9	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513
Столбец 10	#ДЕЛ/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245



		X1	X2	X3
--	--	----	----	----

Продовження кореляційної матриці істинної моделі

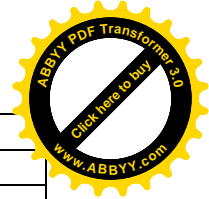
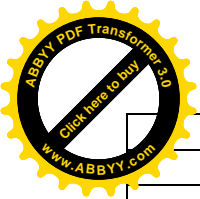
Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,365309	1				
-0,13643	0,306226	1			
-0,10078	0,486201	0,631377	1		
0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
X4	X5	X6	X7	X8	Үістн.

Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	0,323592401	#ДЕЛ/0!	1	
Столбец 4	0,103017993	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1
Столбец 5	0,027413357	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763
Столбец 6	-0,160412227	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446
Столбец 7	0,16061577	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044
Столбец 8	0,352719734	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,03681712
Столбец 9	0,511634281	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219
Столбец 10	0,211627189	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,04813109
	Үекзам.	X0	X1	X2

Продовження кореляційної матриці результатів екзамену

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	---------



					10
1					
0,099941282	1				
0,020248226	0,365309	1			
-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
X3	X4	X5	X6	X7	X8

Оберненими вагами встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі будуть діагональні елементи оберненої матриці Q.

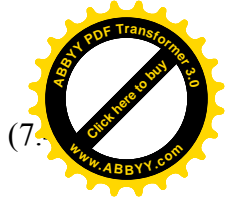
Середні квадратичні похибки коефіцієнтів розраховують за формулою

$$m_a = \mu \sqrt{Q_{I=J}}, \quad (7.3)$$

Таблиця 7.1. Обернені ваги встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі і їх середні квадратичні похибки

1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma	
37,60993	6,1326936	3,081989	a0
0,399089	0,6317353	0,317479	a1
1,319023	1,14848736	0,577173	a2
0,037681	0,19411615	0,097553	a3
0,141204	0,37577152	0,188844	a4
0,551223	0,74244396	0,373116	a5
0,086387	0,29391603	0,147708	a6
0,031624	0,17783132	0,089369	a7
0,609304	0,78057916	0,392281	a8

Значимість коефіцієнтів встановлюється за формулою



$$t_a = a / m_a ,$$

(7.

І в нашому випадку отримаємо

t=a/ma	
18,74178	
19,57881	Інтерес
8,421008	Роб.викл.
1,815792	Трудність
4,264406	Наук.пош.
20,65586	Зв'яз.спец
0,718321	Моногр.1
29,46406	Моногр.2
6,115396	Наук.школ
Значимість	

t(0,05;30)=	2,042272
-------------	----------

Для коефіцієнтів регресії $a_0, a_1, a_2, a_4, a_5, a_7, a_8$ $t > t(0,05;30)$, тобто коефіцієнти регресії статистично значимі, а значить і сама математична модель адекватно описує якість засвоєння дисципліни.

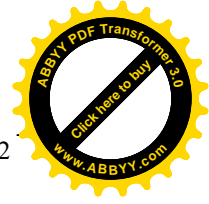
Коефіцієнти a_3, a_6 незначимі і їх можна виключити з розгляду.

Згідно таблиці 6.1 коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,9885511$, тобто маємо дуже тісну кореляцію з моделлю.

За критерієм Фішера-Снедекора ми отримали

F _{0,05;8;29}	2,278251
F=356,405	F > F _{табл.}

Оскільки $F > F(0.05;8;29)$, тобто $(356,405 > 2,278)$, то згідно критерію Фішера з надійністю $P=0,95$ математичну модель



$$\text{моделі} \quad ' = 57.761953X_0 + 6.215861X_1 + 4.860379X_2 - 0.177136X_3 - 0.805308X_4 - 7.707026X_5 - 0.106101X_6 + 2.633181X_7 + 2.398951X_8.$$

можна вважати адекватною експериментальним даним і на підставі прийнятої моделі можна проводити педагогічний аналіз.

Знайдемо значення оберненої ваги зрівноваженої функції $1/P_y'$ за Формулою

$$\frac{1}{P_\varphi} = \varphi Q \varphi^T \quad (7.5)$$

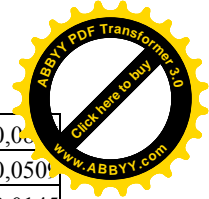
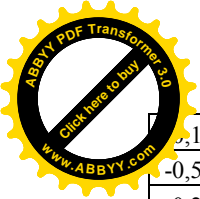
Для цього попередньо перемножимо матриці

$$Q' = XN^{-1}, \quad (7.6)$$

$$= \text{МУМНОЖ}(H2:P39;A68:I76) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter.} \quad (7.7)$$

Допоміжна матриця Q'

-0,5589	0,2841	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4619	-0,0133	0,0302	0,1049
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,04018	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
5	-1,53E-14	-1,3,05E-16	-1,1E-14	2,37E-14	-3,4E-15	-1,3E-15	1,24E-14	
-0,3495	-0,0201	0,0736	-0,0302	-0,1015	0,0854	-0,0248	-0,0011	0,0838
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,3499	-0,0076	0,08054	-0,072	0,0445	-0,0252	-0,0117	0,0188	0,0365
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,8020	-0,0168	0,1578	0,0130	0,0436	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
1,1387	-0,0198	0,0202	-0,0046	0,0077	-0,0325	-0,1940	0,0187	-0,0263
-0,7665	-0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0447	-0,1390	-0,0015	0,0118	0,1610
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,3490	-0,0326	0,0666	0,0123	-0,2476	0,1961	-0,0379	-0,0210	0,1311
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
-0,7332	-0,1149	0,2908	-0,0158	-0,0315	-0,1771	-0,0281	0,0434	0,1757



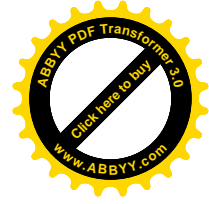
0,1658	0,0361	-0,0507	0,0322	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0000
-0,5278	0,0631	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1728	0,0447	-0,1190	0,0500
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
1,7221	-0,0308	0,0892	0,0128	0,0245	-0,0959	0,1088	-0,0028	-0,4482
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2305	-0,3482	0,0614	0,0207	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0415
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3285	-0,3677	0,1082	-0,0170	0,0027	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
2,1391	0,0507	-0,1094	-0,0083	-0,0322	0,1285	0,0852	-0,0158	-0,5254
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294

Обернену вагу $1/P_{\phi}$ знаходимо порядковим множенням
 $=\text{МУМНОЖ}(W2:AE2;A46:A54)$ F2, Ctrl+Shift+Enter ,
(7.8)

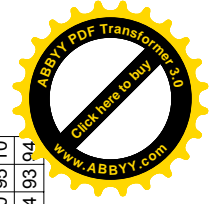
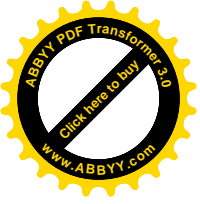
де першою строчкою (W2:AE2) буде перша строчка матриці Q',
стовпчиком (A46:A54) ,буде перший стовпчик
транспонованої матриці X^T .

Таблиця 7.2. Обернені ваги зрівноваженої функції і її середні
квадратичні похибки

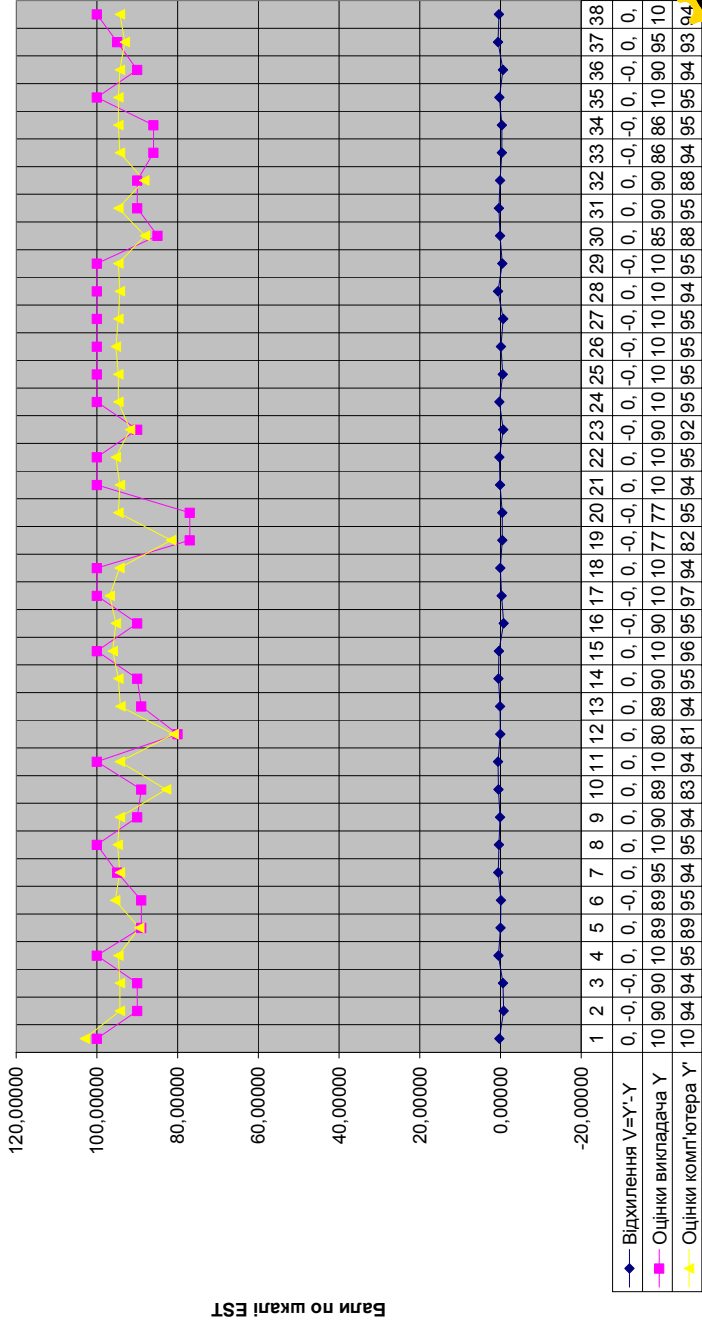
$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,35096
0,08594	0,293155	0,147325
0,08594	0,293155	0,147325
0,075925	0,275546	0,138476
1	1	0,502551
0,13783	0,371254	0,186574



0,487704	0,698358	0,35096
0,08594	0,293155	0,147325
0,183961	0,428907	0,215548
0,08594	0,293155	0,147325
0,62038	0,787642	0,39583
0,08594	0,293155	0,147325
0,945212	0,97222	0,48859
0,263131	0,512963	0,25779
0,075925	0,275546	0,138476
0,469169	0,684959	0,344227
0,115006	0,339126	0,170428
0,318474	0,564335	0,283607
0,148166	0,384923	0,193443
0,569883	0,754906	0,379378
0,075925	0,275546	0,138476
0,08594	0,293155	0,147325
0,115006	0,339126	0,170428
0,550332	0,741844	0,372814
0,075925	0,275546	0,138476
0,075925	0,275546	0,138476
0,115006	0,339126	0,170428
0,075925	0,275546	0,138476
0,08594	0,293155	0,147325
0,075925	0,275546	0,138476
0,383167	0,619005	0,311081
0,075925	0,275546	0,138476
0,379526	0,616057	0,3096
0,08594	0,293155	0,147325
0,075925	0,275546	0,138476
0,075925	0,275546	0,138476
0,08594	0,293155	0,147325
0,579391	0,761177	0,38253
0,08594	0,293155	0,147325

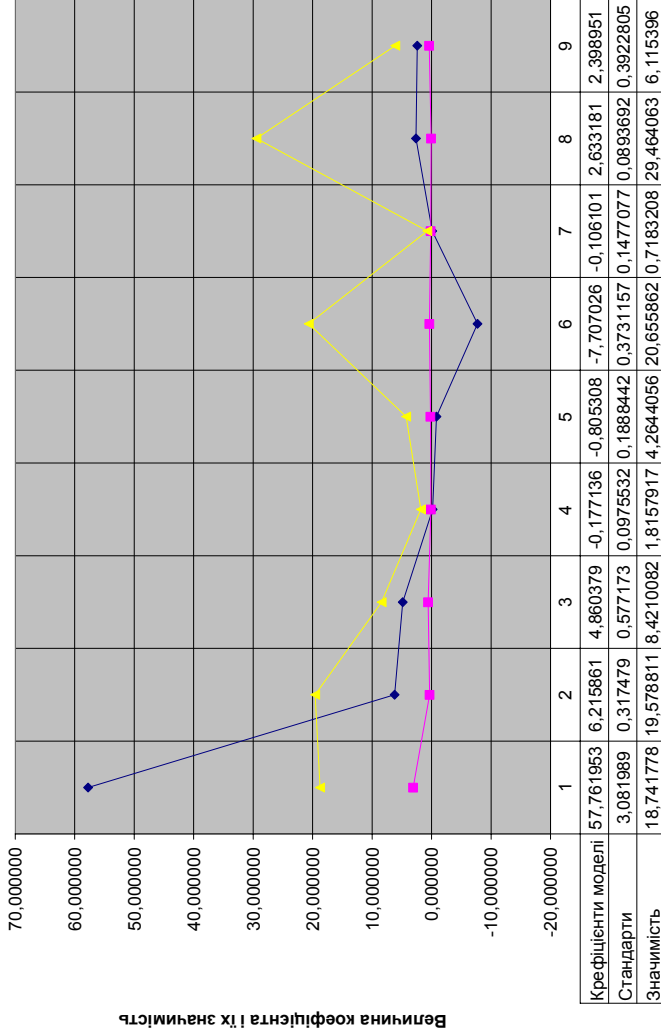


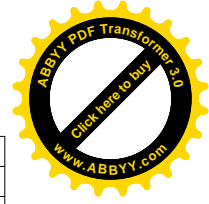
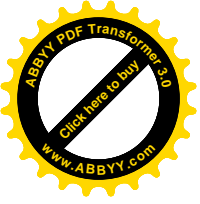
Екзаменаційні оцінки



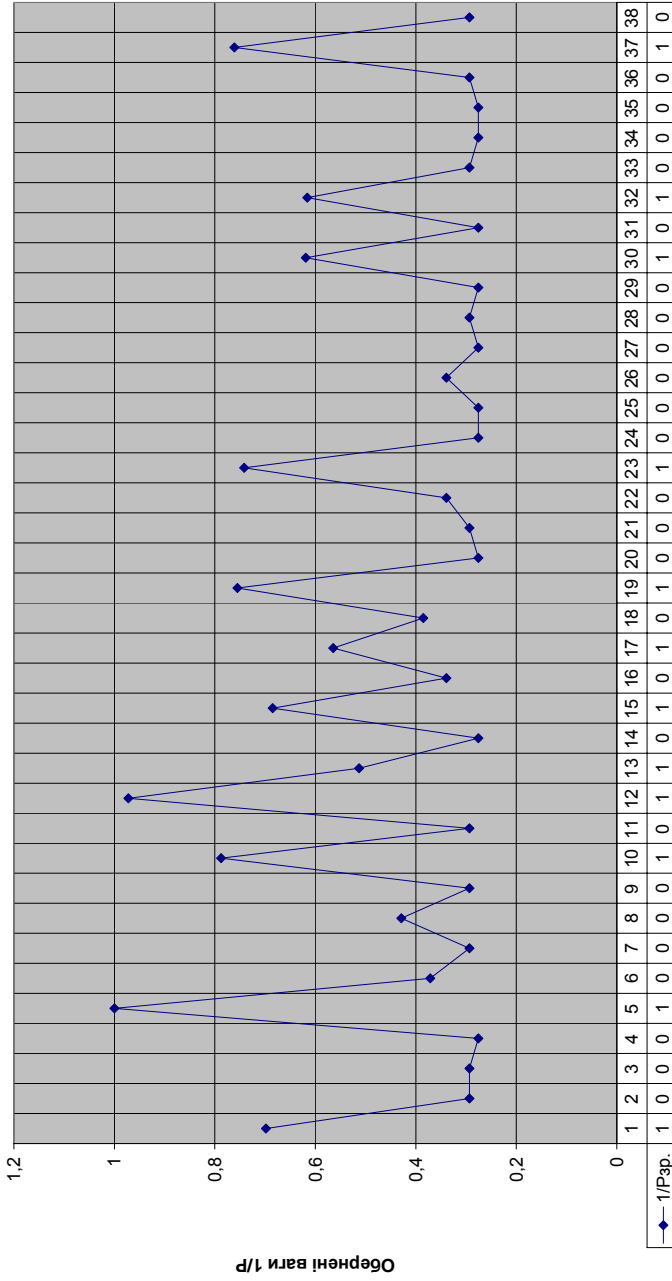
Порядковий номер студента

Коефіцієнти моделі і їх значимість

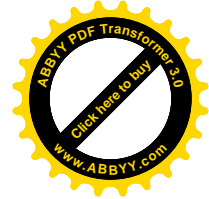
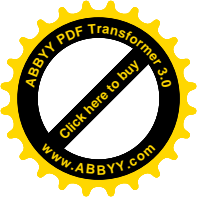




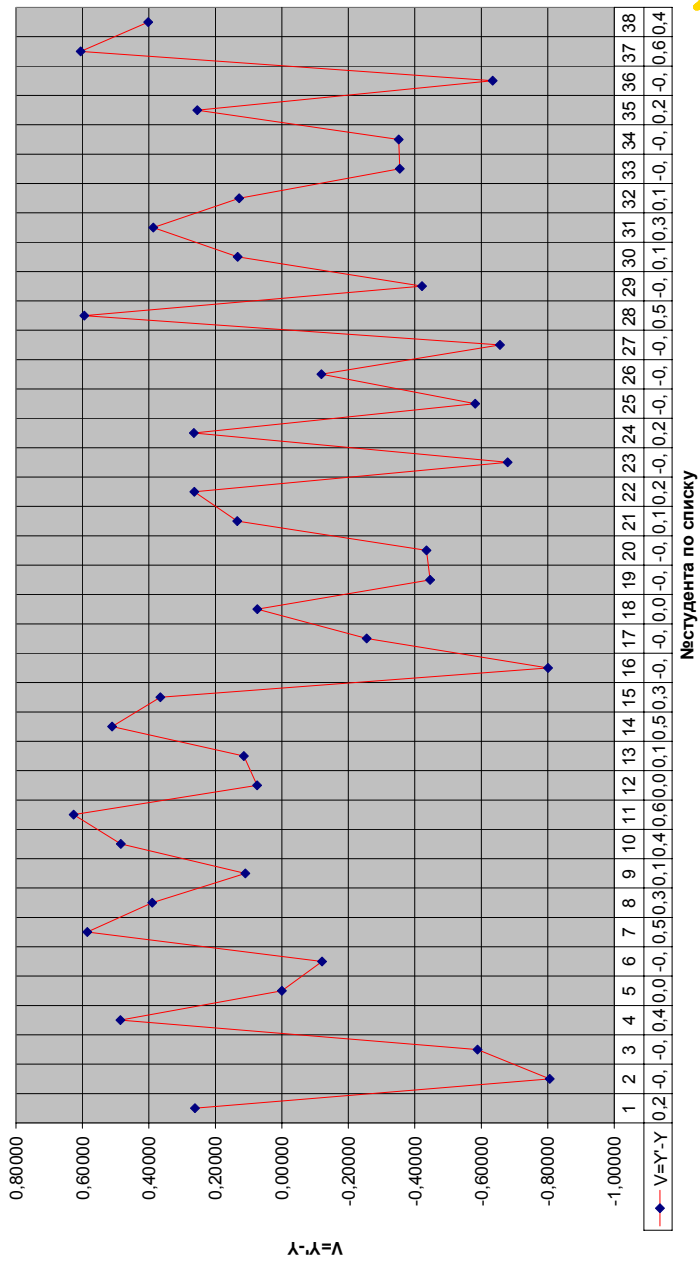
Обернені ваги



№ студента по списку



$V=Y-Y$

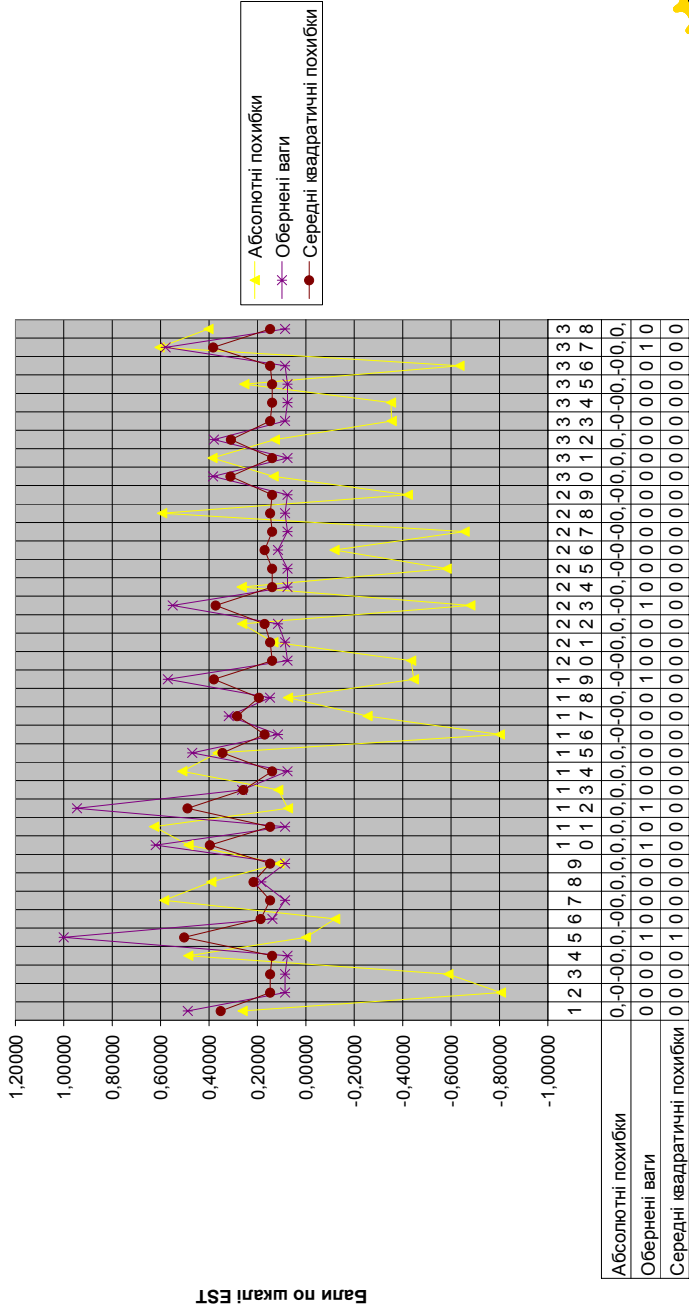


Нестудента по списку

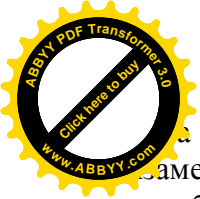
$\lambda=\Lambda$



Порівняльний аналіз похибок



Бали по шкалі EST



На першій діаграмі «Істинна модель» (стор.29) представлено експертні оцінки істинної математичної моделі $Y_{\text{іст.}}$ розробленої Р.М.Літнарівичем і приведеної значеннями « Y ». Крім того, на діаграмі представлені експертні оцінки $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$ факторної множинної регресії.

На другій діаграмі (с.52) приведені значення « $U_{\text{іст.}}$ » (лівий стовпчик) і « $U_{\text{спотв.}}$ » - оцінки спотвореної моделі (правий стовпчик), побудованої автором даної монографії.

На третій діаграмі проілюстровані оцінки викладача Y і комп'ютера Y' , а також їх відхилення V .

На четвертій діаграмі «Коефіцієнти моделі і їх значимість» дана графічна інтерпретація коефіцієнтів побудованої в даній монографії математичній моделі, їх стандартні похибки і статистична значимість коефіцієнтів.

На п'ятій діаграмі представлені обернені ваги зрівноваженої функції.

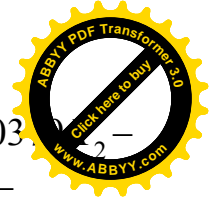
На шостій діаграмі проілюстровані абсолютні відхилення зрівноваженої моделі від істинної.

Сьома діаграма ілюструє порівняльний аналіз похибок зрівноваженої математичної моделі.

Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності екзаменаційних оцінок і функціональних ознак результатів анкетування студентів, які отримали ту чи іншу оцінку.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула



$$Y_{\text{моделі}}' = 57.761953X_0 + 6.215861X_1 + 4.8603X_2 - 0.177136X_3 - 0.805308X_4 - 7.707026X_5 - 0.106101X_6 + 2.633181X_7 + 2.398951X_8.$$

залежності екзаменаційних оцінок Y' і факторних ознак X_i .

5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає $\mu = 0,502551$ бала.

Середні квадратичні похибки виведених нами коефіцієнтів

3,081989	ma0
0,317479	ma1
0,577173	ma2
0,097553	ma3
0,188844	ma4
0,373116	ma5
0,147708	ma6
0,089369	ma7
0,392281	ma8

Статистична значимість встановлених нами коефіцієнтів

t=a/ma	
18,74178	
19,57881	Інтерес
8,421008	Роб.викл.
1,815792	Трудність
4,264406	Наук.пош.
20,65586	Зв'яз.спец
0,718321	Моногр.1
29,46406	Моногр.2
6,115396	Наук.школ

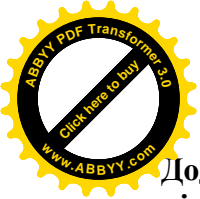
6. Встановлені середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m_{φ} .



7. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
8. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
9. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в педагогіці .

Літературні джерела

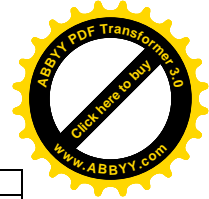
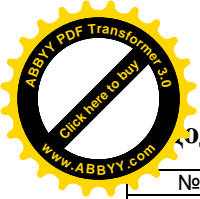
1. Андрощук Л.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ППП 81 95.МЕГУ, Рівне, 2009, -44 с.
2. Літнарівич Р.М. Теоретико-методологічні аспекти і базові принципи функціонування наукової школи в рамках професійної освіти. Монографія. МЕГУ, Рівне,- 383 с.
3. Літнарівич Р.М. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня.. МЕГУ, Рівне, 2009, -32с.
4. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Частина 4. МЕГУ, Рівне, 2006, -17с.
5. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневою функцією. Частина 5. МЕГУ, Рівне, 2006, - 17с.
6. Літнарівич Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Ч.1.МЕГУ, Рівне,2006,-45с.
- 7.Максименко С.Д., Е.Л. Носенко Експериментальна Психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник -К.: МАУП, 2004, -128 с.
8. Якимчук А.Й.Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло.Множинний регресійний аналіз.Модель ДА-50.МЕГУ,Рівне,2009,-72с.



Додатки

Додаток 1. Генерування псевдовипадкових чисел підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

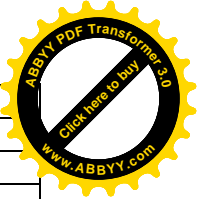
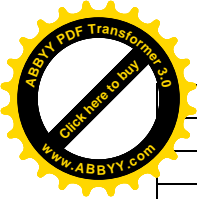
$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$		$\Delta_i = \xi_i - \xi_{cp.}$		Δ_i^2	$\Delta i = k * \Delta_i$	Δ_i^2
$\xi_{\text{середн.}}$						
2	0,0718	0,052	0,020	0,000	0,294	0,087
3	0,0989	0,052	0,047	0,002	0,691	0,478
4	0,0841	0,052	0,032	0,001	0,474	0,225
5	0,0248	0,052	-0,027	0,001	-0,394	0,155
6	0,0847	0,052	0,033	0,001	0,483	0,233
7	0,0552	0,052	0,003	0,000	0,051	0,003
8	0,0039	0,052	-0,048	0,002	-0,700	0,490
9	0,0384	0,052	-0,013	0,000	-0,195	0,038
10	0,0364	0,052	-0,015	0,000	-0,224	0,050
11	0,0193	0,052	-0,032	0,001	-0,475	0,225
12	0,0011	0,052	-0,051	0,003	-0,741	0,549
13	0,0989	0,052	0,047	0,002	0,691	0,478
14	0,0466	0,052	-0,005	0,000	-0,075	0,006
15	0,0231	0,052	-0,029	0,001	-0,419	0,175
16	0,0039	0,052	-0,048	0,002	-0,700	0,490
17	0,0946	0,052	0,043	0,002	0,628	0,395
18	0,0751	0,052	0,023	0,001	0,343	0,117
19	0,0486	0,052	-0,003	0,000	-0,045	0,002
20	0,0819	0,052	0,030	0,001	0,442	0,195
21	0,0877	0,052	0,036	0,001	0,527	0,278
22	0,0347	0,052	-0,017	0,000	-0,249	0,062
23	0,0219	0,052	-0,030	0,001	-0,436	0,190
24	0,1035	0,052	0,052	0,003	0,758	0,575
25	0,0399	0,052	-0,012	0,000	-0,173	0,030
26	0,0977	0,052	0,046	0,002	0,673	0,454
27	0,048	0,052	-0,004	0,000	-0,054	0,003
28	0,1028	0,052	0,051	0,003	0,748	0,560
29	0,0033	0,052	-0,048	0,002	-0,709	0,502
30	0,0868	0,052	0,035	0,001	0,514	0,264
31	0,0028	0,052	-0,049	0,002	-0,716	0,513
32	0,0316	0,052	-0,020	0,000	-0,294	0,087
33	0,0102	0,052	-0,042	0,002	-0,608	0,369
34	0,0681	0,052	0,016	0,000	0,240	0,058
35	0,082	0,052	0,030	0,001	0,444	0,197
36	0,0406	0,052	-0,011	0,000	-0,163	0,026
37	0,0872	0,052	0,035	0,001	0,520	0,270
38	0,0083	0,052	-0,043	0,002	-0,636	0,404
39	0,0164	0,052	-0,035	0,001	-0,517	0,267
40	$\sum 1,965$	1,965	0,000	0,044	0,000	9,500
40	A	B	C	D	E	F



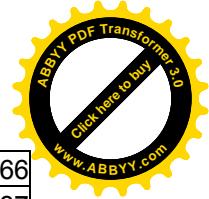
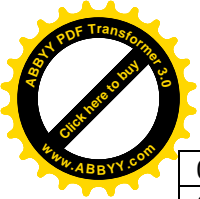
Додаток 2. Побудова спотвореної моделі

№	G	E	$\Delta i = k * \Delta_i$	R
1	Y _{іст.} =X*A			Y _{сп.} =Y _{іст.} +Δi
2	102,4597125		0,294	102,75396
3	94,44050746		0,691	95,13157
4	94,44050746		0,474	94,91486
5	94,58812998		-0,394	94,19416
6	89		0,483	89,48314
7	95,55514436		0,051	95,60632
8	94,44050746		-0,700	93,74050
9	94,66194123		-0,195	94,46711
10	94,44050746		-0,224	94,21640
11	82,81828264		-0,475	82,34378
12	94,44050746		-0,741	93,69950
13	80,19449082		0,691	80,88555
14	94,12678395		-0,075	94,05203
15	94,58812998		-0,419	94,16927
16	96,44834749		-0,700	95,74834
17	95,48133311		0,628	96,10943
18	96,71215568		0,343	97,05472
19	94,40339101		-0,045	94,35792
20	81,62415487		0,442	82,06629
21	94,58812998		0,527	95,11519
22	94,44050746		-0,249	94,19150
23	95,48133311		-0,436	95,04490
24	91,68857438		0,758	92,44699
25	94,58812998		-0,173	94,41527
26	94,58812998		0,673	95,26162
27	95,48133311		-0,054	95,42708
28	94,58812998		0,748	95,33630
29	94,44050746		-0,709	93,73172
30	94,58812998		0,514	95,10202
31	88,69295063		-0,716	87,97684
32	94,58812998		-0,294	94,29373
33	88,76676189		-0,608	88,15901
34	94,44050746		0,240	94,68057
35	94,58812998		0,444	95,03173
36	94,58812998		-0,163	94,42552
37	94,44050746		0,520	94,96025
38	93,11693479		-0,636	92,48136
39	94,44050746		-0,517	93,92354
40	3547		0,000	3547,00000

Додаток 3. Матриця коефіцієнтів початкових рівнянь



1	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5



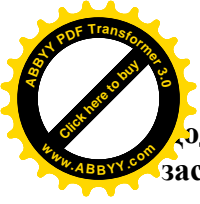
0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Додаток 7. Вектор вільних членів

$L' = X_T * Y_{спт.}$
3547
17022,59794
17645,51686
13817,60904
16593,04339
17095,97983
17154,14802
16232,53973
17469,18609

Додаток 8. Коефіцієнти математичної моделі

$A' = Q * L'$	
57,761953	a0
6,215861	a1
4,860379	a2
-0,177136	a3
-0,805308	a4
-7,707026	a5
-0,106101	a6
2,633181	a7
2,398951	a8



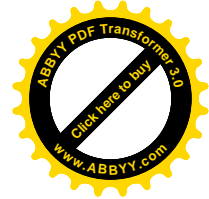
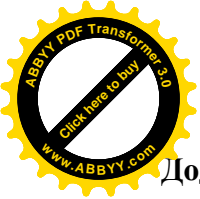
Додаток 9. Нами отримана емпірична формула я.
засвоєння навчального матеріалу

$$Y_{\text{моделі}}' = 57.761953X_0 + 6.215861X_1 + 4.860379X_2 - 0.177136X_3 - 0.805308X_4 - 7.707026X_5 - 0.106101X_6 + 2.633181X_7 + 2.398951X_8.$$

Додаток 10. Контроль зрівноваження

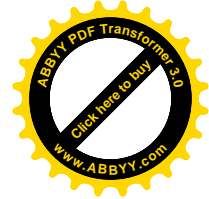
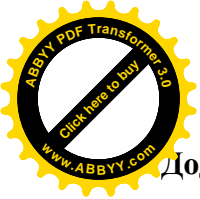
L'=N*A'
3547,000
17022,598
17645,517
13817,609
16593,043
17095,980
17154,148
16232,540
17469,186

	[YY]-L'A' TM =	7,3241565
Контроль2	[VV]=	7,3241565

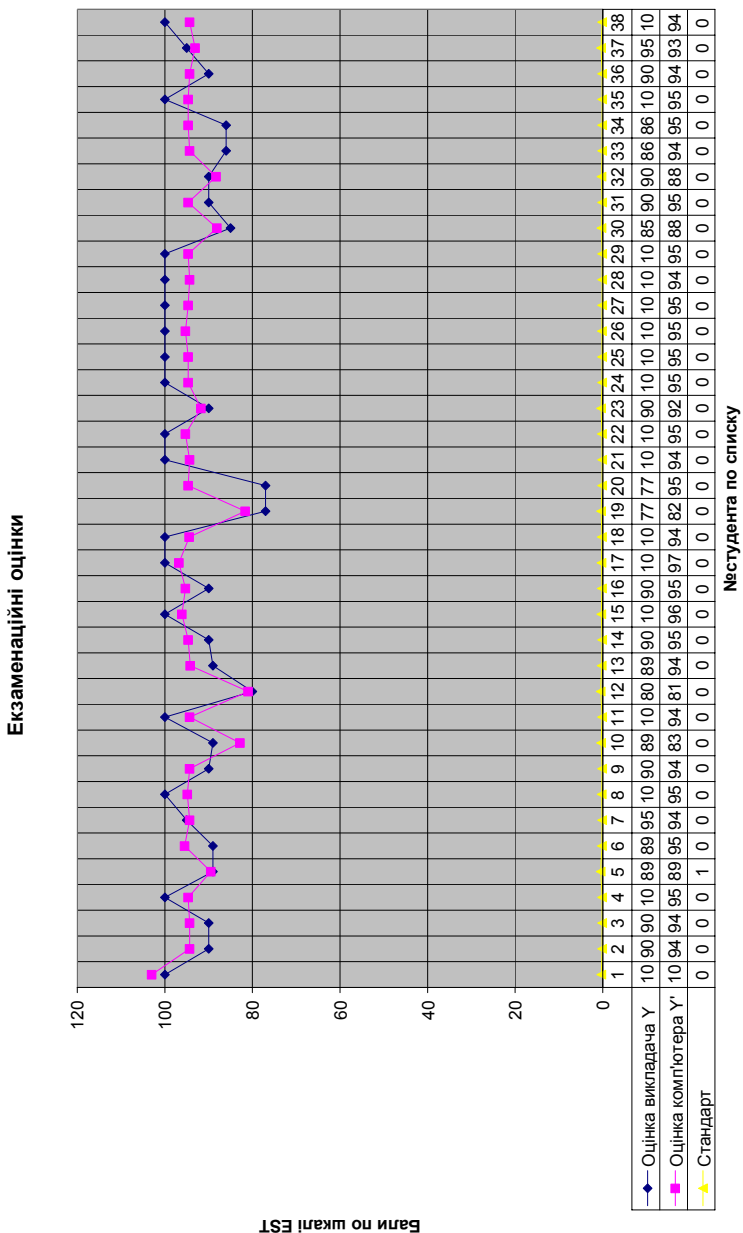


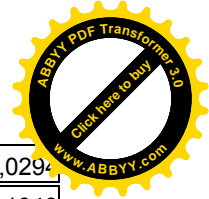
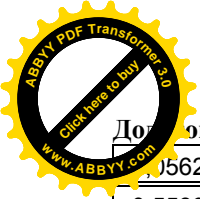
Додаток 11. Результати зрівноваження

$Y'=X*A'$	$V=Y'-Y_{СПТ}$	VV
103,0154194	0,26146	0,068363
94,32594888	-0,80562	0,649026
94,32594888	-0,58891	0,346813
94,68022142	0,48606	0,236254
89,48313537	0,00000	2,9E-22
95,48552972	-0,12079	0,01459
94,32594888	0,58544	0,342745
94,85735769	0,39024	0,152289
94,32594888	0,10955	0,012002
82,82834592	0,48457	0,234805
94,32594888	0,62644	0,392432
80,95990257	0,07435	0,005528
94,1663779	0,11435	0,013076
94,68022142	0,51095	0,261073
96,11370175	0,36536	0,133486
95,30839345	-0,80104	0,641663
96,79955883	-0,25516	0,065107
94,43205037	0,07413	0,005495
81,62041831	-0,44587	0,198802
94,68022142	-0,43497	0,189201
94,32594888	0,13445	0,018076
95,30839345	0,26349	0,069429
91,76742708	-0,67957	0,461812
94,68022142	0,26495	0,0702
94,68022142	-0,58140	0,338026
95,30839345	-0,11868	0,014086
94,68022142	-0,65608	0,430439
94,32594888	0,59423	0,353109
94,68022142	-0,42179	0,17791
88,11008828	0,13325	0,017755
94,68022142	0,38649	0,149374
88,28722455	0,12822	0,016439
94,32594888	-0,35462	0,125758
94,68022142	-0,35151	0,123558
94,68022142	0,25470	0,064874
94,32594888	-0,63430	0,402338
93,0865789	0,60522	0,36629
94,32594888	0,40241	0,161933
3547	7,16E-10	7,324157



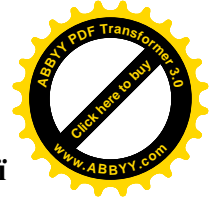
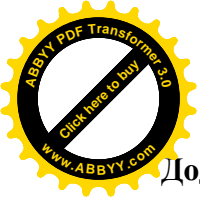
Додаток 12. Істинні і абсолютні похибки моделі





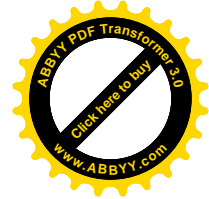
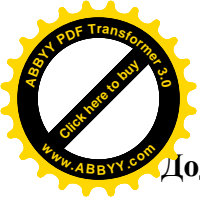
Додаток 13. Допоміжна матриця $Q' = XN'$

0,0562	0,0509	0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,5589	0,2841	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4619	-0,0133	0,0302	0,1049
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,25206	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
5	-1,53E-14	-1	3,05E-16	-1,1E-14	2,37E-14	-3,4E-15	-1,3E-15	1,24E-14
0,34951	0,0201	0,0736	-0,0302	-0,1015	0,0854	-0,0248	-0,0011	0,0838
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,34997	-0,007	0,0805	-0,0728	0,0445	-0,0252	-0,0117	0,0188	0,0365
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,8020	0,0168	0,1578	0,0130	0,0436	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
1,13873	0,0198	0,0202	-0,004	0,0077	-0,0325	-0,1940	0,0187	-0,0263
0,76653	0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0447	-0,1390	-0,0011	0,0118	0,1610
0,25206	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,34905	0,0326	0,0666	0,0123	-0,2476	0,1961	-0,0379	-0,0210	0,1311
-0,2516	0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
0,73329	0,1149	0,2908	-0,0158	-0,0315	-0,1771	-0,0281	0,0434	0,1757
0,16582	0,0361	-0,0507	0,0322	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0806
0,52782	0,0631	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1728	0,04471	-0,1190	0,0509
0,25206	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,01208	-0,0014	-0,0294
-0,2516	0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
1,7221	0,0308	0,0892	0,0128	0,0245	-0,0959	0,1088	-0,0028	-0,4482
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2516	0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,2305	0,3481	0,0614	0,0206	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0414
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,3284	0,3676	0,1082	-0,0170	0,0026	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,01208	-0,0014	-0,0294
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,0562	0,0509	0,0598	0,04018	0,0298	-0,0138	0,01208	-0,0014	-0,0294
2,1391	0,0507	0,1094	-0,0082	-0,0322	0,1285	0,0851	-0,0158	0,5254



Додаток 14. Оборнені ваги зрівноваженої функції і її середні квадратичні похибки

$1/P_{y'}$	$\sqrt{(1/P_{y'})}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,35096
0,08594	0,293155	0,147325
0,08594	0,293155	0,147325
0,075925	0,275546	0,138476
1	1	0,502551
0,13783	0,371254	0,186574
0,08594	0,293155	0,147325
0,183961	0,428907	0,215548
0,08594	0,293155	0,147325
0,62038	0,787642	0,39583
0,08594	0,293155	0,147325
0,945212	0,97222	0,48859
0,263131	0,512963	0,25779
0,075925	0,275546	0,138476
0,469169	0,684959	0,344227
0,115006	0,339126	0,170428
0,318474	0,564335	0,283607
0,148166	0,384923	0,193443
0,569883	0,754906	0,379378
0,075925	0,275546	0,138476
0,08594	0,293155	0,147325
0,115006	0,339126	0,170428
0,550332	0,741844	0,372814
0,075925	0,275546	0,138476
0,075925	0,275546	0,138476
0,115006	0,339126	0,170428
0,075925	0,275546	0,138476
0,08594	0,293155	0,147325
0,075925	0,275546	0,138476
0,383167	0,619005	0,311081
0,075925	0,275546	0,138476
0,379526	0,616057	0,3096
0,08594	0,293155	0,147325
0,075925	0,275546	0,138476
0,075925	0,275546	0,138476
0,08594	0,293155	0,147325
0,579391	0,761177	0,38253



0,08594	0,293155	0,147325
---------	----------	----------

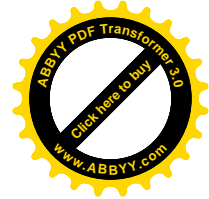
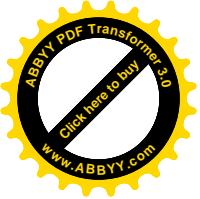
Додаток 15. Оцінка точності коефіцієнтів моделі

1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma
37,60993	6,1326936	3,081989
0,399089	0,6317353	0,317479
1,319023	1,14848736	0,577173
0,037681	0,19411615	0,097553
0,141204	0,37577152	0,188844
0,551223	0,74244396	0,373116
0,086387	0,29391603	0,147708
0,031624	0,17783132	0,089369
0,609304	0,78057916	0,392281

Додаток 16. Статистична значущість коефіцієнтів моделі

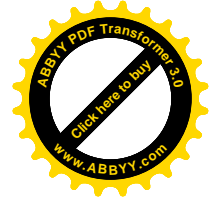
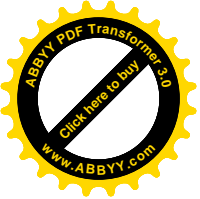
t=a/ma	
18,74178	
19,57881	Інтерес
8,421008	Роб.викл.
1,815792	Трудність
4,264406	Наук.пош.
20,65586	Зв'яз.спец
0,718321	Моногр.1
29,46406	Моногр.2
6,115396	Наук.школ

Додаток 17. Статистичні характеристики коефіцієнтів моделі



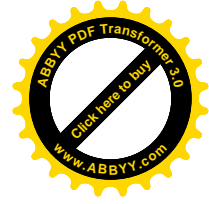
<i>Столбец1</i>	<i>Y'</i>
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,638385
Медиана	94,46056
Мода	94,46056
Стандартное отклонение	3,935271
Дисперсия выборки	15,48636
Эксцесс	4,247301
Асимметричность	-1,76384
Интервал	21,382
Минимум	80,67039
Максимум	102,0524
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,0524
Наименьший(1)	80,67039
Уровень надежности(95,0%)	1,293491

<i>Столбец1</i>	<i>Услотв.</i>
Среднее	93,34210526
Стандартная ошибка	0,67809203
Медиана	94,32428108
Мода	#Н/Д
Стандартное отклонение	4,180040004
Дисперсия выборки	17,47273444
Эксцесс	4,319111163
Асимметричность	-1,738146522
Интервал	22,87013464
Минимум	79,55525088
Максимум	102,4253855
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,4253855
Наименьший(1)	79,55525088



Уровень надежности(95,0%)	1,37394495
<i>Столбец2</i>	<i>X1</i>
Среднее	4,789473684
Стандартная ошибка	0,067022583
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,41315495
Дисперсия выборки	0,170697013
Экссесс	0,195277778
Асимметричность	-1,479132976
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	182
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,135800652

<i>Столбец3</i>	<i>X2</i>
Среднее	4,973684
Стандартная ошибка	0,026316
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,162221
Дисперсия выборки	0,026316
Экссесс	38
Асимметричность	-6,164414
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	189
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4



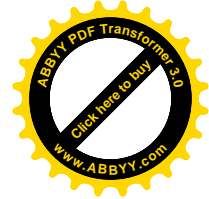
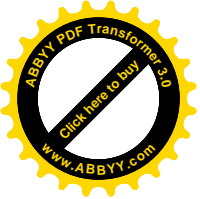
Уровень надежности(95,0%)	0,053321
<i>Столбец 4</i>	X3
Среднее	3,894737
Стандартная ошибка	0,145044
Медиана	4
Мода	3
Стандартное отклонение	0,894109
Дисперсия выборки	0,799431
Эксцесс	-1,28133
Асимметричность	-0,024544
Интервал	3
Минимум	2
Максимум	5
Сумма	148
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	2
Уровень надежности(95,0%)	0,293886

<i>Столбец5</i>	X4
Среднее	4,684211
Стандартная ошибка	0,085218
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,525319
Дисперсия выборки	0,27596
Эксцесс	1,126072
Асимметричность	-1,40317
Интервал	2
Минимум	3
Максимум	5
Сумма	178
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	3



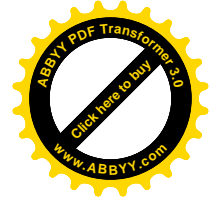
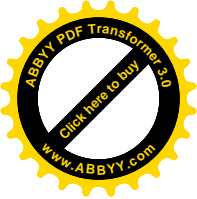
Уровень надежности(95,0%)	0,172668
<i>Столбец6</i>	X5
Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,06373
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,392859
Дисперсия выборки	0,154339
Экссесс	0,925609
Асимметричность	-1,69696
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	183
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,12913

<i>Столбец7</i>	X6
Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,135227
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,833594
Дисперсия выборки	0,694879
Экссесс	32,21157
Асимметричность	-5,5434
Интервал	5
Минимум	0
Максимум	5
Сумма	183
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0



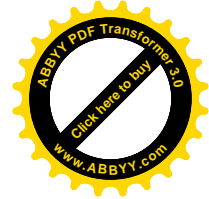
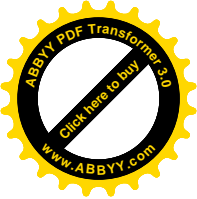
Уровень надежности(95,0%)	0,273996
<i>Столбец8</i>	X7
Среднее	4,526316
Стандартная ошибка	0,222289
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	1,37028
Дисперсия выборки	1,877667
Экссесс	8,110829
Асимметричность	-3,0518
Интервал	5
Минимум	0
Максимум	5
Сумма	172
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0
Уровень надежности(95,0%)	0,4504

<i>Столбец9</i>	X8
Среднее	4,921053
Стандартная ошибка	0,044331
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,273276
Дисперсия выборки	0,07468
Экссесс	9,054512
Асимметричность	-3,25271
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	187
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4

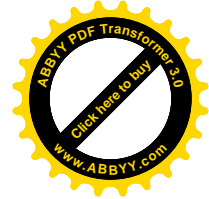
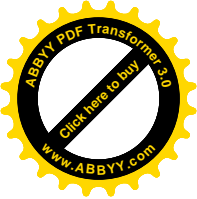


Уровень надежности(95,0%) | 0,089824

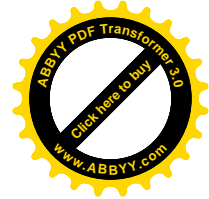
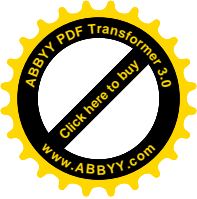
Ковариационна матриця		$K=N^{-1}\mu^2$							
	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
	9,498655689	0,044020386	-1,481107175	0,024728	0,0246113	0,077634672	0,027675444	0,008394	-0,62853
	0,044020386	0,100792892	-0,030619051	0,004931	0,0080915	-0,071925912	0,00373412	-0,00334	-0,0179
	-1,481107175	-0,03061905	0,333128707	-0,01182	-0,010065	-0,036067128	-0,0022937	0,004707	0,046226
	0,024728098	0,00493085	-0,011816348	0,009517	-0,001244	0,000956634	0,002003472	-0,00171	-0,00555
	0,02461133	0,008091498	-0,01006524	-0,00124	0,0356621	-0,027005255	0,005316902	0,003331	-0,0175
	0,077634672	-0,07192591	-0,036067128	0,000957	-0,027005	0,139215304	-0,000899695	-0,00964	-0,01087
	0,027675444	0,00373412	-0,0022937	0,002003	0,0053169	-0,000899695	0,021817559	-0,00681	-0,02779
	0,008393748	-0,003333805	0,004706794	-0,00171	0,0033307	-0,009635029	-0,006813539	0,007987	0,003721
	-0,628528727	-0,01789781	0,046226253	-0,00555	-0,017504	-0,010866805	-0,027790003	0,003721	0,153884



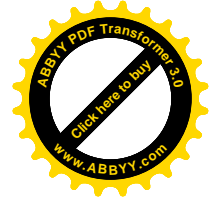
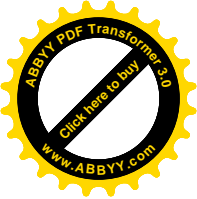
Кореляційна матриця факторних ознак		R							
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129	0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569	
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984	0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813	
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413	0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683	
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1	0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175	
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088	1	0,306225931	0,486201	0,364366	
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432	0,306225931	1	0,631377	0,527649	
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782	0,486201157	0,631376931	1	0,330486	
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753	0,364366275	0,527648579	0,330486	1	
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	



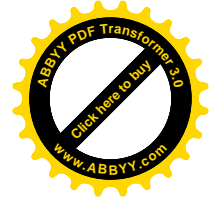
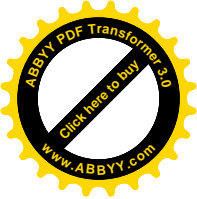
Обернена		кореляційній матриця							
1	2	3	4	5	6	7	8		
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807	-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,296604	
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566	-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221	
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592	0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873	
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696	-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813	
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649	3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092	
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975	-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744	
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488	-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115	
8	-0,296604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132	-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603	
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8		



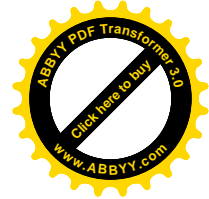
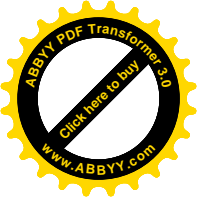
		Частинні коефіцієнти кореляції							
		r _{ij} =							
		$z_{ij} / \sqrt{(z_{ii} * z_{jj})}$							
		2	3	4	5	6	7	8	
1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616	-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371	
2	-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345	-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167	
3	0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752	0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507	
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1	-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628	
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267	1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424	
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127	-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961	
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552	-0,288949188	-0,51616674	1	0,10613	
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285	-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1	
X1	X2		X3	X4	X5	X6	X7	X8	



Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту R(Y,X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8)									(Y спотв.)
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
Столбец 1	1								
Столбец 2	0,566005136	1							
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1						
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1					
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175	1				
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239	0,36039265	1			
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	-0,035077255	-0,140922936	0,304486	1		
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082	-0,107266457	0,483982	0,63073	1	
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671	0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
	Y спотв.	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8



Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, Y зрівнів.)									
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
Столбец 1	1								
Столбец 2	0,31835727	1							
Столбец 3	-0,06161418	0,166723	1						
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1					
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801	1				
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967	0,306225931	1			
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854	0,486201157	0,631377	1		
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279	0,364366275	0,527649	0,330486	1	
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266655865	0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X1		X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Y зрівн.



Корреляційна матриця істинної моделі R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X9, Yістн.)										
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
Столбец 1	1									
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1								
Столбец 3	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1							
Столбец 4	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1						
Столбец 5	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282	1					
Столбец 6	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226	0,365309	1				
Столбец 7	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455	-0,13643	0,306226	1			
Столбец 8	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1		
Столбец 9	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
Столбец 10	#ДЕЛ/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245	-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	Yістн.

		Кореляційна матриця результатів екзамену									
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10	
Столбец 1	1										
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1									
Столбец 3	0,323592401	#ДЕЛ/0!	1								
Столбец 4	0,103017993	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1							
Столбец 5	0,027413357	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1						
Столбец 6	-0,160412227	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282	1					
Столбец 7	0,16061577	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226	0,365309	1				
Столбец 8	0,352719734	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455	-0,13643	0,306226	1			
Столбец 9	0,511634281	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1		
Столбец 10	0,211627189	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
Екзамен	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8		



Момоток Сніжана Вікторівна

**Спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних
технологій**

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

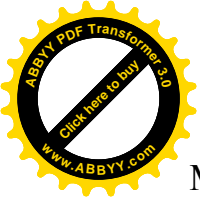
Модель ІН 91М – 12

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft® Office® Word 2003 В. М. Зозуля.
Науковий керівник Р. М. Літнарівч, доцент, кандидат
технічних наук**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім. акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027, м. Рівне, Україна
Вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
E-mail: mail@regi.rovno.ua**



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

С. М. Росоха

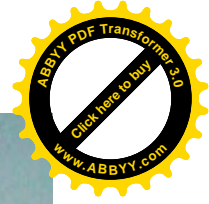
**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
ЯКОСТІ ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ
СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М-19



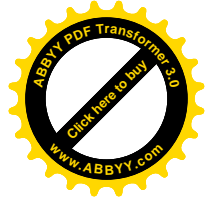
**Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Літнарівч**

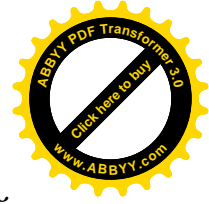
Рівне-2010



Сергій Михайлович Росоха

*Технічний фахівець в галузі прикладних наук і
техніки, інженер-програміст, магістрант
інформаційних технологій*





Росоха Сергій Михайлович

**Спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних
технологій**

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

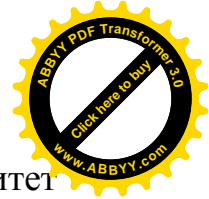
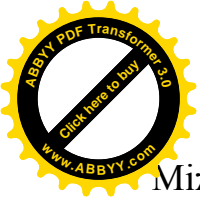
Модель ІН 91М – 19

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft® Office® Word 2007 С. М. Росоха.
Науковий керівник Р. М. Літнарівч, доцент, кандидат
технічних наук.**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім. акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027, м. Рівне, Україна
Вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
E-mail: mail@regi.rovno.ua**



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

С. М. Росоха

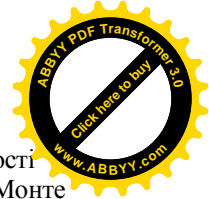
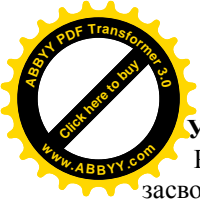
**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М – 19



**Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Літнарівич**

Рівне, 2010



УДК 519.876.5

Росоха С. М.. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз . Модель ІН 91М – 19. МЕГУ, Рівне, 2010, -86 с.

Rosokha S. M.. Construction and research of mathematical model of quality of mastering of base discipline by the method of statistical tests of Monte Karlo. Plural regressive analysis . Model of IN of 91m - 19.IEGU, Rivne, 2010 -86 p.

Рецензент: С.В. Лісова, доктор педагогічних наук, професор
Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕГУ

На основі результатів педагогічного експерименту побудована математична модель залежності якості здачі екзамену у бальній системі по шкалі ECST (Y) і результатів анкетування студентів після здачі екзамену (X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8) у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується по способу найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів А множинної регресії апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки. Застосований метод статистичних випробувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.

On the basis of results of pedagogical experiment the mathematical model of dependence of quality of handing over is built to examination in the ball system on the scale of Esst (Ó) and results of questionnaire of students after handing over to examination (Kh1,kh2,kh3,kh4,kh5,kh6,kh7,kh8) as multiple regression on the method of leastsquares.

Middle quadratic errors which over are brought to set rationed are generated in this work, the disfigured model is built, counterbalanced on the method of leastsquares. There are more credible values of coefficients And multiple regression of approximating mathematical model.

The estimation of exactness is done and summarizings are given conclusions. The method of statistical tests of Monte Karlo is applied enabled to conduct large-scale researches and collect large statistics.

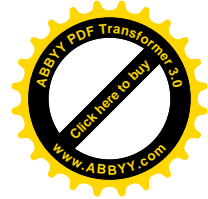
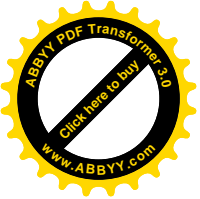
For students and graduate students of pedagogical institutes of higher.

© Росоха С. М.



Зміст

Передмова	4
РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи	
1.1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи.....	5
1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту.....	9
РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних	
2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних.....	16
2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло.....	30
РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження	
3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження.....	35
3.6. Контроль зрівноваження.....	37
3.7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.....	40
Висновки	58
Літературні джерела.....	60
Додатки.....	61



Передмова

За результатами педагогічного експерименту при дослідженні залежності якості здачі екзамену «Y» у бальній системі по шкалі EST і відповідей студентів за результатами анкетування після здачі екзамену «X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8» [2,3] побудована математична модель і виконаний детальний аналіз у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати педагогічного експерименту – екзаменаційні бали (Y_i) і відповіді студентів, які отримали той чи інший бал (X_i).

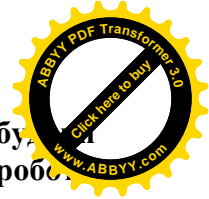
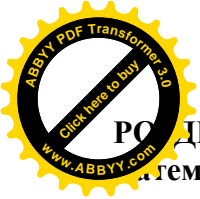
За цими даними була побудована математична модель у вигляді множинної регресії способом найменших квадратів. Дана модель приймалась за істинну модель.

Генерувались випадкові числа, знаходився коефіцієнт пропорційності K і дані випадкові числа приводилися до середньої квадратичної похибки 0,5 бала, на яку міг помилитися викладач.

Будується спотворена модель, яка зрівноважується по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.



РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

1.1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

Нехай, Y – екзаменаційна оцінка студента (від 0 до 100 балів за шкалою EST – результуюча ознака).

Досліджувані фактори:

- X1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X5 – зв'язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

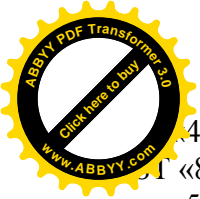
X1 – інтерес до вивчення дисципліни:

«0 балів» – інтерес до вивчення дисципліни відсутній; «В мене абсолютно відсутнє бажання вивчати дану дисципліну і оцінка на екзамені мене не цікавить».

«1 бал» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку на екзамені «50-59 балів» – E;

«2 бали» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку що відповідає шкалі EST D «60-75 балів»; «Пристойно, але зі значними недоліками»;

«3 бали» – «Мені потрібна оцінка C «76-79 балів» для того, щоб була четвірка у виписці до диплому»;



«4 бали» – інтерес до дисципліни високий, відповідає шкалі «80-89 балів» – «Дуже добре, вище середнього стандарту»; «5 балів» – підвищений інтерес; «Я бажаю внести свій внесок в дану дисципліну» – рівень творчості.

X2 – оцінка студентами роботи викладача: – відповідає традиційній екзаменаційній оцінці роботи студента «від 0 до 5 балів» з тією різницею, що оцінку роботи студента за семестр ставить викладач, а оцінку роботи викладача за семестр ставить студент.

X3 – складність вивчення дисципліни:

«0 балів» – ніякої складності у вивченні даної дисципліни немає;

«1 бал» – при вивченні даної дисципліни потрібні мінімальні затрати сил і часу;

«2 бали» – до вивчення дисципліни необхідно прикласти деякі зусилля і час;

«3 бали» – методика викладання дисципліни автоматично забезпечує добру оцінку на екзамені;

«4 бали» – до вивчення дисципліни потрібна значна концентрація зусиль і часу;

«5 балів» – максимальна концентрація зусиль і часу гарантує високу оцінку на екзамені.

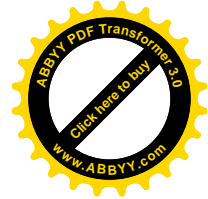
X4 – елементи наукового пошуку:

«0 балів» – вся інформація при вивченні даної дисципліни добре представлена у рекомендованій літературі;

«1 бал» – необхідно вести конспект лекцій, в якому висвітлюються матеріали, яких не можна почерпнути із відомих літературних джерел;

«2 бали» – без конспекту лекцій неможливо проробляти практичні заняття;

«3 бали» – на практичних роботах вирішуються задачі, які потребують творчого підходу і максимального використання комп'ютерної техніки;



«4 бали» – максимальне використання теоретичного матеріалу лекційного курсу в поєднанні із максимальним використанням комп'ютерної техніки;

«5 балів» – написання власних монографій під керівництвом наукового керівника.

X5 – зв'язок зі спеціальністю:

«0 балів» – «Я не можу відмітити зв'язку зі спеціальністю;

«1 бал» – зв'язок зі спеціальністю незначний;

«2 бали» – зв'язок зі спеціальністю помірний;

«3 бали» – зв'язок зі спеціальністю добрий;

«4 бали» – зв'язок зі спеціальністю високий;

«5 балів» – зв'язок зі спеціальністю повний.

X6, X7 – степінь самостійності в написанні монографії:

«0 балів» – я не зміг завершити дослідження, щоб написати монографію;

«1 бал» – монографія не завершена;

«2 бали» – «Мені допомогли завершити роботу над монографією»;

«3 бали» – «Я сам написав монографію при консультації і наявності допоміжних матеріалів»;

«4 бали» – «Необхідні розрахункові файли створені мною особисто»;

«5 балів» – «Монографія написана, набрана на комп'ютері і видана при моїй же власній авторській редакції».

X8 – оцінка студентами створеної наукової школи:

«0 балів» – наукова школа не відбулась, монографії не написані;

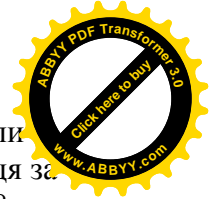
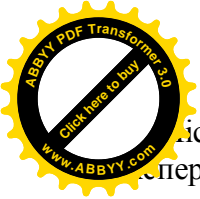
«1 бал» – 10 відсотків студентів написали власні монографії;

«2 бали» – 25 відсотків студентів написали монографії;

«3 бали» – 50 відсотків студентів написали монографії;

«4 бали» – 75 відсотків студентів написали монографії;

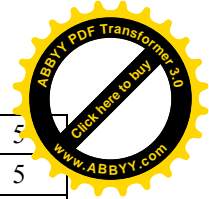
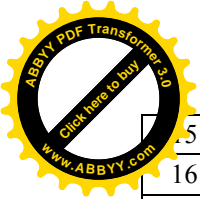
«5 балів» – 85 відсотків студентів написали монографії.



Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця з результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].

Таблиця 1.1.Зведена таблиця успішності по шкалі ECST

№п. п.	Екз.о ц.		Інтере с вивче ння дисци пл.	Оцінк а виклад ачу	Трудні сть вивчен ня дисци пліни	Елем.н аук. пошук у	Зв'яз ок зі спец .	Оцінк а моног р.1	Оцінк а моног р.2	Оцінка Наук.ш кол.
	У	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5

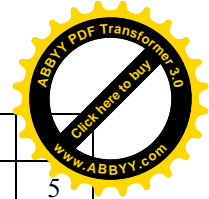
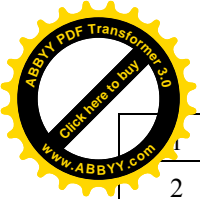


15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
Σ	3547	38	182	189	148	178	183	183	172	187

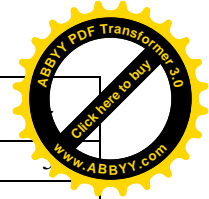
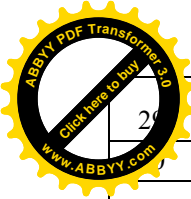
1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту

Представимо матрицю X коефіцієнтів початкових рівнянь

Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].



1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5



29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5

Приведемо описову статистику на 8 останніх стовпчиків матриці (значень X_1, X_2, \dots, X_8)

Відповіді студентів:

1. стовпчик – Інтерес до вивчення дисципліни (X_1);
2. стовпчик – Оцінка студентами роботи викладача (X_2);
3. стовпчик – Трудність вивчення дисципліни (X_3);
4. стовпчик – Елементи наукового пошуку (X_4);
5. стовпчик – Зв'язок зі спеціальністю (X_5);
6. стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 1 (X_6);
7. стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 2 (X_7);
8. стовпчик – Оцінка студентами роботи наукової школи в цілому (X_8).

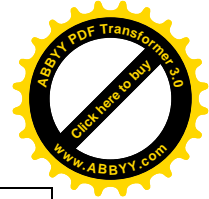
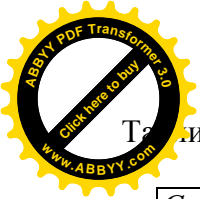
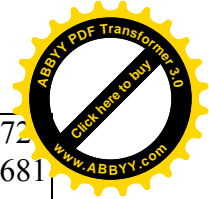
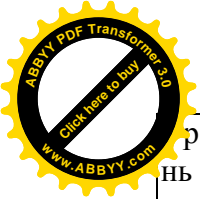


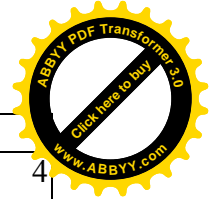
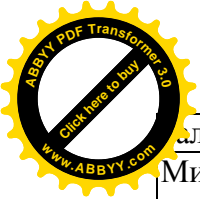
Таблица 1.2. Описова статистика

Столбец1		Столбец2		Столбец3		Столбец4	
Среднее	4,789474	Среднее	4,973684211	Среднее	3,8947368	Среднее	4,6842105
Стандартная ошибка	0,067023	Стандартная ошибка	0,026315789	Стандартная ошибка	0,1450436	Стандартная ошибка	0,085218
Медиана	5	Медиана	5	Медиана	4	Медиана	5
Мода	5	Мода	5	Мода	3	Мода	5
Стандартное отклонение	0,413155	Стандартное отклонение	0,162221421	Стандартное отклонение	0,8941091	Стандартное отклонение	0,5253191
Дисперсия выборки	0,170697	Дисперсия выборки	0,026315789	Дисперсия выборки	0,799431	Дисперсия выборки	0,2759602
Эксцесс	0,195278	Эксцесс	38	Эксцесс	-1,2813299	Эксцесс	1,1260723
Асимметричность	-1,479133	Асимметричность	-6,164414003	Асимметричность	-0,0245445	Асимметричность	-1,4031726
Интервал	1	Интервал	1	Интервал	3	Интервал	2
Минимум	4	Минимум	4	Минимум	2	Минимум	3
Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5
Сумма	182	Сумма	189	Сумма	148	Сумма	178
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38



Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1358 01	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,0533 20854	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,2938 863	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,172 681
--	--------------	--	-----------------	--	---------------	--	--------------

Столб ец5		Столб ец6		Столб ец7		Стол бец8	
Средн ее	4,8157 895	Средн ее	4,8157 89	Средн ее	4,5263 16	Средн ее	4,9210 53
Станда ртная ошибк а	0,0637 302	Станда ртная ошибк а	0,1352 27	Станд артная ошибк а	0,2222 89	Станд артна я ошибк а	0,0443 31
Медиа на	5	Медиа на	5	Медиа на	5	Меди ана	5
Мода	5	Мода	5	Мода	5	Мода	5
Станда ртное отклон ение	0,3928 595	Станда ртное отклон ение	0,8335 94	Станд артно е откло нение	1,3702 8	Станд артно е откло нение	0,2732 76
Диспе рсия выбор ки	0,1543 385	Диспе рсия выбор ки	0,6948 79	Диспе рсия выбор ки	1,8776 67	Диспе рсия выбор ки	0,0746 8
Эксцес с	0,9256 09	Эксцес с	32,211 57	Эксце сс	8,1108 29	Эксце сс	9,0545 12
Асимм етричн ость	- 1,6969 6	Асимм етричн ость	- 5,5434 04	Асим метри чност ь	- 3,0518	Асим метри чност ь	- 3,2527 1
Интер	1	Интер	5	Интер	5	Интер	1



вал		вал		вал		вал	
Минимум	4	Минимум	0	Минимум	0	Минимум	4
Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5
Сумма	183	Сумма	183	Сумма	172	Сумма	187
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38
Уровень надежности(95,0%)	0,1291297	Уровень надежности(95,0%)	0,273996	Уровень надежности(95,0%)	0,4504	Уровень надежности(95,0%)	0,089824

Таблица 1.3. Описова статистика результатів екзамену (оцінки по EST-вектор У)

<i>Столбец У</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	1,139162
Медиана	92,5
Мода	100
Стандартное отклонение	7,022267
Дисперсия выборки	49,31223
Экссесс	- 0,371058
Асимметричность	- 0,668396
Интервал	23
Минимум	77
Максимум	100
Сумма	3547
Счет	38



Наибольший(1)	100
Наименьший(1)	77
Уровень надежности(95,0%)	2,308162

Забігаючи вперед, порівняємо статистику оцінок викладача (табл.1.3) з оцінками, виставленими студентам комп'ютером (табл.1.4)

Таблиця 1.4.Описова статистика результатів екзамену за оцінками комп'ютера

<i>У'Столбец1</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,674123
Медиана	94,44051
Мода	94,44051
Стандартное отклонение	4,155576
Дисперсия выборки	17,26881
Эксцесс	4,152453
	-
Асимметричность	1,759888
Интервал	22,26522
Минимум	80,19449
Максимум	102,4597
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,4597
Наименьший(1)	80,19449
Уровень надежности(95,0%)	1,365904



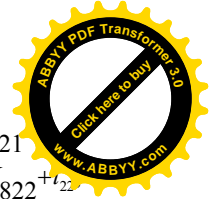
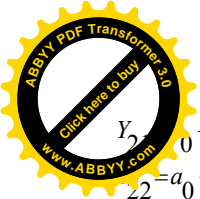
подальшому приведемо теоретичні основи обробки експериментальних даних.

РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

Представимо n початкових рівнянь у вигляді [2]

$$\begin{aligned} Y_1 &= a_0 + a_1 X_{11} + a_2 X_{21} + a_3 X_{31} + a_4 X_{41} + a_5 X_{51} + a_6 X_{61} + a_7 X_{71} + a_8 X_{81} + l_1, \\ Y_2 &= a_0 + a_1 X_{12} + a_2 X_{22} + a_3 X_{32} + a_4 X_{42} + a_5 X_{52} + a_6 X_{62} + a_7 X_{72} + a_8 X_{82} + l_2, \\ Y_3 &= a_0 + a_1 X_{13} + a_2 X_{23} + a_3 X_{33} + a_4 X_{43} + a_5 X_{53} + a_6 X_{63} + a_7 X_{73} + a_8 X_{83} + l_3, \\ Y_4 &= a_0 + a_1 X_{14} + a_2 X_{24} + a_3 X_{34} + a_4 X_{44} + a_5 X_{54} + a_6 X_{64} + a_7 X_{74} + a_8 X_{84} + l_4, \\ Y_5 &= a_0 + a_1 X_{15} + a_2 X_{25} + a_3 X_{35} + a_4 X_{45} + a_5 X_{55} + a_6 X_{65} + a_7 X_{75} + a_8 X_{85} + l_5, \\ Y_6 &= a_0 + a_1 X_{16} + a_2 X_{26} + a_3 X_{36} + a_4 X_{46} + a_5 X_{56} + a_6 X_{66} + a_7 X_{76} + a_8 X_{86} + l_6, \\ Y_7 &= a_0 + a_1 X_{17} + a_2 X_{27} + a_3 X_{37} + a_4 X_{47} + a_5 X_{57} + a_6 X_{67} + a_7 X_{77} + a_8 X_{87} + l_7, \\ Y_8 &= a_0 + a_1 X_{18} + a_2 X_{28} + a_3 X_{38} + a_4 X_{48} + a_5 X_{58} + a_6 X_{68} + a_7 X_{78} + a_8 X_{88} + l_8, \\ Y_9 &= a_0 + a_1 X_{19} + a_2 X_{29} + a_3 X_{39} + a_4 X_{49} + a_5 X_{59} + a_6 X_{69} + a_7 X_{79} + a_8 X_{89} + l_9, \quad (3.1) \\ Y_{10} &= a_0 + a_1 X_{110} + a_2 X_{210} + a_3 X_{310} + a_4 X_{410} + a_5 X_{510} + a_6 X_{610} + a_7 X_{710} + a_8 X_{810} + l_{10}, \\ Y_{11} &= a_0 + a_1 X_{111} + a_2 X_{211} + a_3 X_{311} + a_4 X_{411} + a_5 X_{511} + a_6 X_{611} + a_7 X_{711} + a_8 X_{811} + l_{11}, \\ Y_{12} &= a_0 + a_1 X_{112} + a_2 X_{212} + a_3 X_{312} + a_4 X_{412} + a_5 X_{512} + a_6 X_{612} + a_7 X_{712} + a_8 X_{812} + l_{12}, \\ Y_{13} &= a_0 + a_1 X_{113} + a_2 X_{213} + a_3 X_{313} + a_4 X_{413} + a_5 X_{513} + a_6 X_{613} + a_7 X_{713} + a_8 X_{813} + l_{13}, \\ Y_{14} &= a_0 + a_1 X_{114} + a_2 X_{214} + a_3 X_{314} + a_4 X_{414} + a_5 X_{514} + a_6 X_{614} + a_7 X_{714} + a_8 X_{814} + l_{14}, \\ Y_{15} &= a_0 + a_1 X_{115} + a_2 X_{215} + a_3 X_{315} + a_4 X_{415} + a_5 X_{515} + a_6 X_{615} + a_7 X_{715} + a_8 X_{815} + l_{15}, \\ Y_{16} &= a_0 + a_1 X_{116} + a_2 X_{216} + a_3 X_{316} + a_4 X_{416} + a_5 X_{516} + a_6 X_{616} + a_7 X_{716} + a_8 X_{816} + l_{16}, \\ Y_{17} &= a_0 + a_1 X_{117} + a_2 X_{217} + a_3 X_{317} + a_4 X_{417} + a_5 X_{517} + a_6 X_{617} + a_7 X_{717} + a_8 X_{817} + l_{17}, \\ Y_{18} &= a_0 + a_1 X_{118} + a_2 X_{218} + a_3 X_{318} + a_4 X_{418} + a_5 X_{518} + a_6 X_{618} + a_7 X_{718} + a_8 X_{818} + l_{18}, \\ Y_{19} &= a_0 + a_1 X_{119} + a_2 X_{219} + a_3 X_{319} + a_4 X_{419} + a_5 X_{519} + a_6 X_{619} + a_7 X_{719} + a_8 X_{819} + l_{19}, \\ Y_{20} &= a_0 + a_1 X_{120} + a_2 X_{220} + a_3 X_{320} + a_4 X_{420} + a_5 X_{520} + a_6 X_{620} + a_7 X_{720} + a_8 X_{820} + l_{20}, \end{aligned}$$

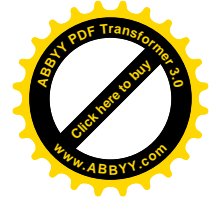


$$\begin{aligned} Y_0 &= a_0 + a_1 X_{121} + a_2 X_{221} + a_3 X_{321} + a_4 X_{421} + a_5 X_{521} + a_6 X_{621} + a_7 X_{721} + a_8 X_{821} \\ Y_{22} &= a_0 + a_1 X_{122} + a_2 X_{222} + a_3 X_{322} + a_4 X_{422} + a_5 X_{522} + a_6 X_{622} + a_7 X_{722} + a_8 X_{822} + l_{22} \\ Y_{23} &= a_0 + a_1 X_{123} + a_2 X_{223} + a_3 X_{323} + a_4 X_{423} + a_5 X_{523} + a_6 X_{623} + a_7 X_{723} + a_8 X_{823} + l_{23} \\ Y_{24} &= a_0 + a_1 X_{124} + a_2 X_{224} + a_3 X_{324} + a_4 X_{424} + a_5 X_{524} + a_6 X_{624} + a_7 X_{724} + a_8 X_{824} + l_{24} \\ Y_{25} &= a_0 + a_1 X_{125} + a_2 X_{225} + a_3 X_{325} + a_4 X_{425} + a_5 X_{525} + a_6 X_{625} + a_7 X_{725} + a_8 X_{825} + l_{25} \\ Y_{26} &= a_0 + a_1 X_{126} + a_2 X_{226} + a_3 X_{326} + a_4 X_{426} + a_5 X_{526} + a_6 X_{626} + a_7 X_{726} + a_8 X_{826} + l_{26} \\ Y_{27} &= a_0 + a_1 X_{127} + a_2 X_{227} + a_3 X_{327} + a_4 X_{427} + a_5 X_{527} + a_6 X_{627} + a_7 X_{727} + a_8 X_{827} + l_{27} \\ Y_{28} &= a_0 + a_1 X_{128} + a_2 X_{228} + a_3 X_{328} + a_4 X_{428} + a_5 X_{528} + a_6 X_{628} + a_7 X_{728} + a_8 X_{828} + l_{28} \\ Y_{29} &= a_0 + a_1 X_{129} + a_2 X_{229} + a_3 X_{329} + a_4 X_{429} + a_5 X_{529} + a_6 X_{629} + a_7 X_{729} + a_8 X_{829} + l_{29} \\ Y_{30} &= a_0 + a_1 X_{130} + a_2 X_{230} + a_3 X_{330} + a_4 X_{430} + a_5 X_{530} + a_6 X_{630} + a_7 X_{730} + a_8 X_{830} + l_{30} \\ Y_{31} &= a_0 + a_1 X_{131} + a_2 X_{231} + a_3 X_{331} + a_4 X_{431} + a_5 X_{531} + a_6 X_{631} + a_7 X_{731} + a_8 X_{831} + l_{31} \\ Y_{32} &= a_0 + a_1 X_{132} + a_2 X_{232} + a_3 X_{332} + a_4 X_{432} + a_5 X_{532} + a_6 X_{632} + a_7 X_{732} + a_8 X_{832} + l_{32} \\ Y_{33} &= a_0 + a_1 X_{133} + a_2 X_{233} + a_3 X_{333} + a_4 X_{433} + a_5 X_{533} + a_6 X_{633} + a_7 X_{733} + a_8 X_{833} + l_{33} \\ Y_{34} &= a_0 + a_1 X_{134} + a_2 X_{234} + a_3 X_{334} + a_4 X_{434} + a_5 X_{534} + a_6 X_{634} + a_7 X_{734} + a_8 X_{834} + l_{34} \\ Y_{35} &= a_0 + a_1 X_{135} + a_2 X_{235} + a_3 X_{335} + a_4 X_{435} + a_5 X_{535} + a_6 X_{635} + a_7 X_{735} + a_8 X_{835} + l_{35} \\ Y_{36} &= a_0 + a_1 X_{136} + a_2 X_{236} + a_3 X_{336} + a_4 X_{436} + a_5 X_{536} + a_6 X_{636} + a_7 X_{736} + a_8 X_{836} + l_{36} \\ Y_{37} &= a_0 + a_1 X_{137} + a_2 X_{237} + a_3 X_{337} + a_4 X_{437} + a_5 X_{537} + a_6 X_{637} + a_7 X_{737} + a_8 X_{837} + l_{37} \\ Y_{38} &= a_0 + a_1 X_{138} + a_2 X_{238} + a_3 X_{338} + a_4 X_{438} + a_5 X_{538} + a_6 X_{638} + a_7 X_{738} + a_8 X_{838} + l_{38} \end{aligned}$$

Або в матричній формі

$$Y = Xa + l, \quad (3.2)$$

де Y – вектор-стовпець екзаменаційних оцінок по 100-бальній шкалі EST



.....(3.3)

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ Y_{38} \end{pmatrix}$$

X – матриця експертних оцінок студентів проведеного анкетування після здачі екзамену

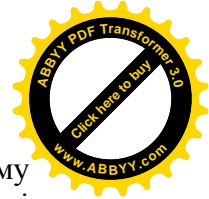
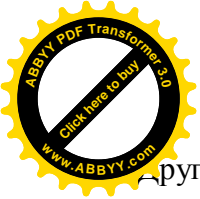
$$X = \left[\begin{array}{cccccc} X_{00} & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{81} \\ X_{00} & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{82} \\ X_{00} & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{83} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{00} & X_{138} & X_{238} & X_{338} & \dots & X_{838} \end{array} \right]$$

.....(3.4)

X₀ – фіктивний фактор, всі значення якого дорівнюють одиниці.

Досліджувані фактори:

- X1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X5 – зв’язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).



Другим індексом позначений номер студента в загальному списку. Всього в експерименті приймало участь 38 студентів.

α – вектор-стовпець невідомих коефіцієнтів емпіричної формули

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \alpha_8 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

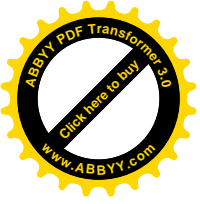
l – вектор-стовпець відхилень фактичних даних від розрахункових

$$l = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ l_{38} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

Так як

$$l = Y - Xa, \dots\dots\dots (3.7)$$

то функціонал Q буде



$$Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots \ a_8) = \sum_{i=1}^{38} l_i^2, \dots \dots \dots (3.8)$$

тобто

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = l^T l = [Y - [X]a]^T [Y - [X]a], \dots \dots \dots (3.9)$$

або

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - Y^T [X]a - a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a ,$$

..(3.10)

i

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - 2a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a . \dots (3.11)$$

Для функціонала $Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots \ a_8)$ в точці екстремуму виконується умова

$$\frac{dQ}{da^T} = 0. \dots \dots \dots (5.3.12)$$

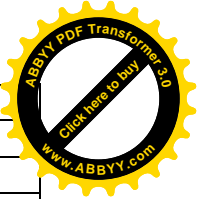
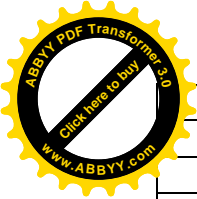
З цієї умови отримаємо

$$\frac{dQ}{da^T} = -2[X]^T Y + 2[X]^T [X]a \Rightarrow [X]^T [X]a = [X]^T Y. \dots \dots \dots (3.13)$$

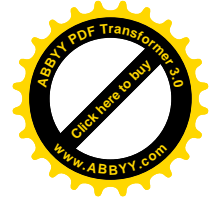
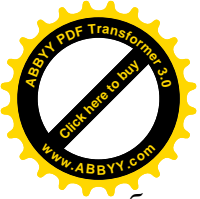
Домножуючи зліва останнє матричне рівняння на матрицю обернену матриці

$[X]^T [X]$, отримаємо шуканий вектор **a**

$$a = [X]^T [X]^{-1} [X]^T Y, \dots \dots \dots (3.14)$$



1	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5



$$N = [X]^T X, \quad (3.17)$$

або

$$N = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{mi} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n X_{mi} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi}^2 \end{bmatrix} \quad (5.3.18)$$

І в нашому випадку, ми отримали

Таблиця 3.3. Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N

38	182	189	148	178	183	183	172	187
182	878	906	708	854	881	880	833	897
189	906	941	737	886	911	910	856	930
148	708	737	606	695	713	712	674	729
178	854	886	695	844	860	855	803	877
183	881	911	713	860	887	885	838	902
183	880	910	712	855	885	907	855	905
172	833	856	674	803	838	855	848	851
187	897	930	729	877	902	905	851	923

Вектор вільних членів розраховується за формулою



$$\ell = [X]^T Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{138} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{238} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & \dots & X_{338} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{81} & X_{82} & X_{83} & \dots & X_{838} \end{bmatrix} *$$

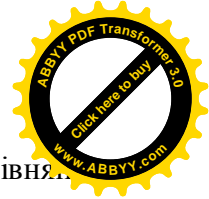
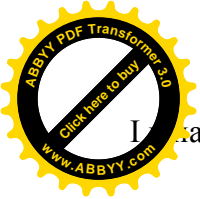
$$* \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ Y_{38} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{38} Y_i \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{2i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{3i} \\ \dots \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{8i} \end{bmatrix}$$

(3.19)

При цьому вектор результуючих ознак



№п.п..	Екз.оц.
	У
1	100
2	90
3	90
4	100
5	89
6	89
7	95
8	100
9	90
10	89
11	100
12	80
13	89
14	90
15	100
16	90
17	100
18	100
19	77
20	77
21	100
22	100
23	90
24	100
25	100
26	100
27	100
28	100
29	100
30	85
31	90
32	90
33	86
34	86
35	100
36	90
37	95
38	100
Σ	3547



нашому випадку вектор вільних членів

Таблиця 3.4. Вектор вільних членів нормальних рівнянь

3547
17023
17646
13821
16593
17098
17158
16237
17470

Представимо формулу (3.14) у вигляді

$$a = [N]^{-1} * l, \tag{3.20}$$

де обернена матриця до матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь має вигляд

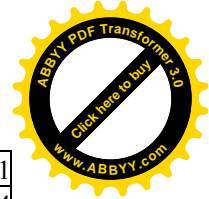
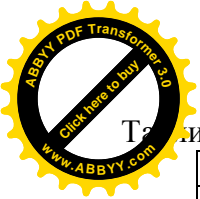
$$N^{-1} = \left[[X]^T [X] \right]^{-1}, \tag{3.21}$$

вектор вільних членів

$$l = [X]^T Y.$$

Обернену матрицю знаходимо в MS Excel за формулою
 $=\text{МОБР}(A54:I62)$. (3.23)

В нашому випадку матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь знаходиться в діапазоні (A54:I62). Попередньо виділивши масив під обернену матрицю, натиском клавіш F2 , Ctrl +Shift + Enter , отримали



Таблиця 3.5. Обернена матриця $Q=N^{-1}$

37,60993079	0,17429873	-5,864444295	0,097911
0,17429873	0,399089485	-0,121236141	0,019524
-5,864444295	-0,12123614	1,319023213	-0,04679
0,097910912	0,0195237	-0,046786832	0,037681
0,09744857	0,032038288	-0,03985332	-0,00493
0,307394507	-0,28479067	-0,142807802	0,003788
0,109580929	0,014785251	-0,009081906	0,007933
0,033235048	-0,01321701	0,018636552	-0,00678
-2,488659681	-0,07086638	0,183032862	-0,02198

Продовження матриці $Q=N^{-1}$

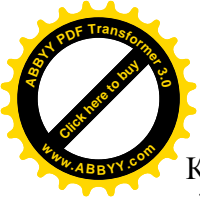
0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Перемноживши обернену матрицю на вектор вільних членів, за формулою (5.3.20) отримали

Таблиця 3.6. Вектор шуканих коефіцієнтів.

$$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$$

54,49228	a0
5,747557	a1
5,200595	a2
-0,07381	a3
-0,96701	a4
-6,97838	a5
0,037116	a6
2,585372	a7



| 2,43821 a8 |

Коефіцієнти емпіричної формули побудованої атематичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи розраховувались в MS Excel за формулою

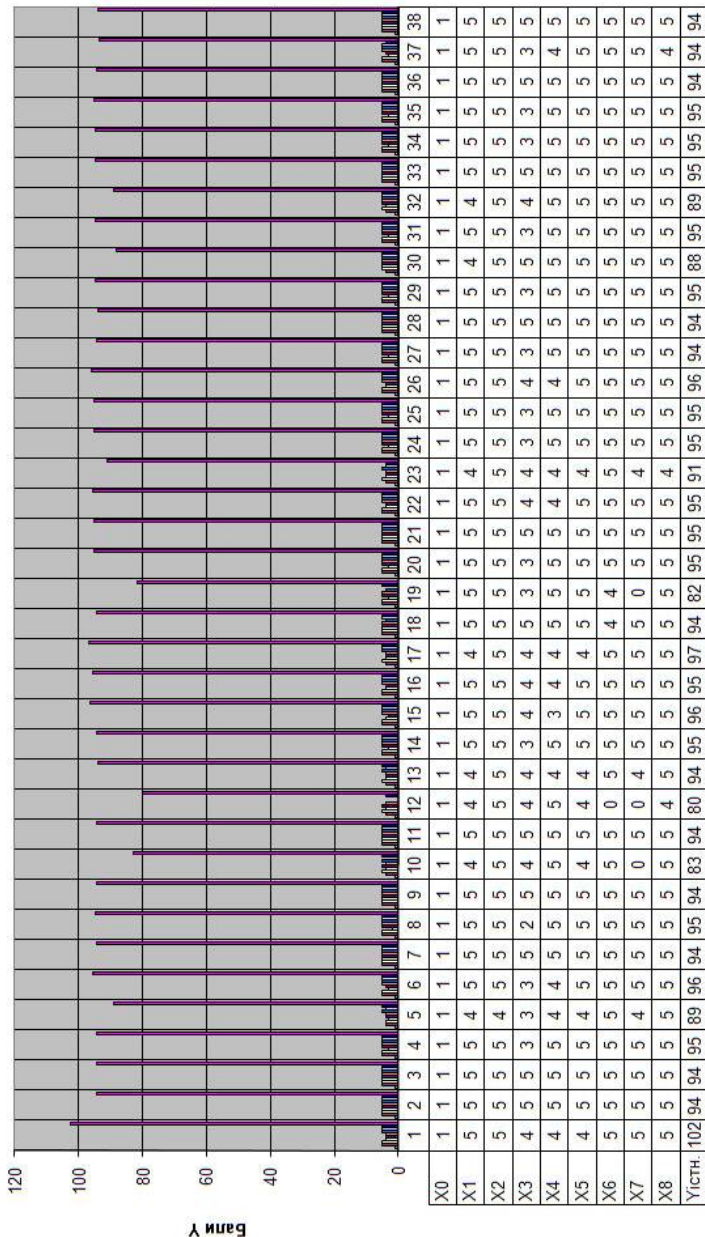
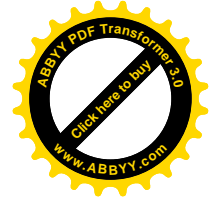
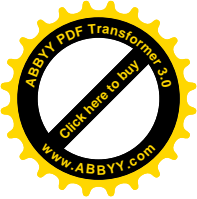
$$=МУМНОЖ(А66:І74;К54:К62). \quad (3.24)$$

При цьому обернена матриця знаходилась в діапазоні (А66:І54), а вектор вільних членів розміщувався в діапазоні (К54:К62). Попередньо виділивши масив під вектор коефіцієнтів математичної моделі, натиском клавіш F2, Ctrl +Shift + Enter, отримали вище приведені значення, на основі чого представляємо математичну модель базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи, яку приймаємо за істинну модель.

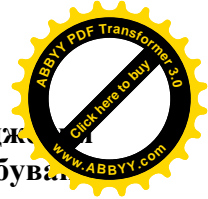
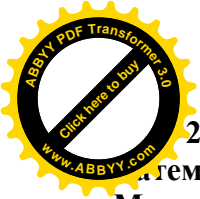
$$Y_{\text{істин.}}' = 54.49228X_0 + 5.747557X_1 + 5.200595X_2 - 0.07381X_3 - 0.96701X_4 - 6.97838X_5 + 0.037116X_6 + 2.585372X_7 + 2.43821X_8. \quad (3.24)$$

Побудувавши ймовірнішу модель по способу найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно побудувати спотворену математичну модель методом статистичних випробувань Монте Карло і зрівноважити її по способу найменших квадратів, виконавши повну оцінку точності зрівноважених елементів. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.

На діаграмі 1 приведена істинна модель, в яку в подальшому вводилися істинні похибки, будувалася спотворена модель, зрівноважувалася по способу найменших квадратів, аналізувалася і досліджувалася, що і було предметом досліджень даної монографії.



Експертні оцінки X



2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

При проведенні досліджень приймемо середню квадратичну похибку оцінки відповіді студента викладачом в 0,5 балів за шкалою EST.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,5 .

Користуючись таблицями псевдовипадкових чисел ряд років, ми прийшли до висновку, що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олегом Олександровичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича.

Але, приймаючи до уваги, що нам буде потрібно для кожної математичної моделі по 38 псевдовипадкових чисел, в даній роботі будемо генерувати псевдовипадкові числа за формулою

$$\xi = \text{СЛЧИС}() * 0,01 * N \quad , \quad (4.1)$$

де N – номер варіанту (дві останні цифри математичної моделі).

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ξ_i , розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ξ_{ip} .



$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n},$$

(4.2)

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \quad (4.3)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гаусса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta'^2_i}{n}}, \quad (4.4)$$

4. Вчисляють коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m_{\Delta'}} \gg \dots \quad (4.5)$$

де C – необхідна нормована константа.

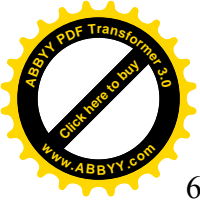
Так, наприклад, при $m_{\Delta'} = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357 \gg$$

а при $C=0,05$, отримаємо $K_{0,05} = 0,05/0,28 = 0,178$.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K, \quad (4.6)$$



6. Заключним контролем служит розрахунок середньої квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок Δ

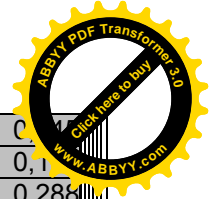
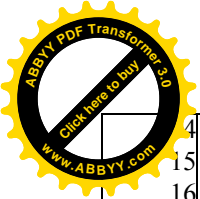
$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta^2}{n}}, \quad (4.7)$$

і порівняння

$$m_{\Delta} = C \quad (4.8)$$

Таблиця 4.1. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок

	$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$	$\xi_{\text{середн.}}$	$\Delta_i = \xi_i - \xi_{\text{ср.}}$	Δ_i^2	$\Delta_i = k * \Delta_i'$	Δ_i^2
2	0,02362	0,111	-0,087	0,008	-0,908	0,824
3	0,09681	0,111	-0,014	0,000	-0,143	0,021
4	0,09207	0,111	-0,018	0,000	-0,193	0,037
5	0,17576	0,111	0,065	0,004	0,681	0,464
6	0,07718	0,111	-0,033	0,001	-0,348	0,121
7	0,17476	0,111	0,064	0,004	0,671	0,450
8	0,18697	0,111	0,076	0,006	0,798	0,637
9	0,18933	0,111	0,079	0,006	0,823	0,677
10	0,13173	0,111	0,021	0,000	0,222	0,049
11	0,09867	0,111	-0,012	0,000	-0,124	0,015
12	0,14991	0,111	0,039	0,002	0,411	0,169
13	0,09945	0,111	-0,011	0,000	-0,116	0,013

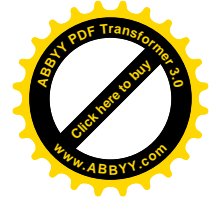


14	0,15790	0,111	0,047	0,002	0,495	0,111
15	0,15032	0,111	0,040	0,002	0,416	0,111
16	0,05918	0,111	-0,051	0,003	-0,536	0,288
17	0,10288	0,111	-0,008	0,000	-0,080	0,006
18	0,05207	0,111	-0,058	0,003	-0,610	0,373
19	0,16523	0,111	0,055	0,003	0,571	0,326
20	0,02432	0,111	-0,086	0,007	-0,900	0,810
21	0,09522	0,111	-0,015	0,000	-0,160	0,026
22	0,14225	0,111	0,032	0,001	0,331	0,110
23	0,02359	0,111	-0,087	0,008	-0,908	0,824
24	0,06064	0,111	-0,050	0,002	-0,521	0,271
25	0,12699	0,111	0,016	0,000	0,172	0,030
26	0,15428	0,111	0,044	0,002	0,457	0,209
27	0,07344	0,111	-0,037	0,001	-0,387	0,150
28	0,12183	0,111	0,011	0,000	0,118	0,014
29	0,00208	0,111	-0,108	0,012	-1,132	1,283
30	0,12541	0,111	0,015	0,000	0,156	0,024
31	0,12618	0,111	0,016	0,000	0,164	0,027
32	0,13919	0,111	0,029	0,001	0,299	0,090
33	0,11349	0,111	0,003	0,000	0,031	0,001
34	0,10063	0,111	-0,010	0,000	-0,103	0,011
35	0,13208	0,111	0,022	0,000	0,225	0,051
36	0,07222	0,111	-0,038	0,001	-0,400	0,160
37	0,15114	0,111	0,041	0,002	0,424	0,180
38	0,07624	0,111	-0,034	0,001	-0,358	0,128
39	0,15472	0,111	0,044	0,002	0,462	0,213
40	Σ 4,200	4,200	0,000	0,087	0,000	9,500

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$m\Delta i' = \sqrt{([\Delta i'^2/n])}$$

0,047876576



Коефіцієнт пропорційності

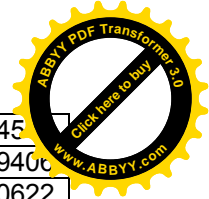
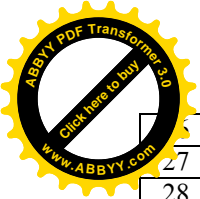
$$K = \frac{0,5}{0,047876576} = 10,443521..$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,5$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{9,500}{38}} = 0,5 .$$

Таблиця 4.2. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$Y_{номв.} = Y_{іст.} + \Delta_i$
	Екз.оцін.	Уіст.=X*A		
2	100	102,4597125	-0,908	101,55214
3	90	94,44050746	-0,143	94,29732
4	90	94,44050746	-0,193	94,24783
5	100	94,58812998	0,681	95,26944
6	89	89	-0,348	88,65178
7	89	95,55514436	0,671	96,22603
8	95	94,44050746	0,798	95,23893
9	100	94,66194123	0,823	95,48502
10	90	94,44050746	0,222	94,66202
11	89	82,81828264	-0,124	82,69453
12	100	94,44050746	0,411	94,85187
13	80	80,19449082	-0,116	80,07889
14	89	94,12678395	0,495	94,62163
15	90	94,58812998	0,416	95,00375
16	100	96,44834749	-0,536	95,91212
17	90	95,48133311	-0,080	95,40156
18	100	96,71215568	-0,610	96,10168
19	100	94,40339101	0,571	94,97478
20	77	81,62415487	-0,900	80,72394
21	77	94,58812998	-0,160	94,42834
22	100	94,44050746	0,331	94,77191
23	100	95,48133311	-0,908	94,57342
24	90	91,68857438	-0,521	91,16761
25	100	94,58812998	0,172	94,76014



	100	94,58812998	0,457	95,045
\bar{z}_7	100	95,48133311	-0,387	95,09400
28	100	94,58812998	0,118	94,70622
29	100	94,44050746	-1,132	93,30801
30	100	94,58812998	0,156	94,74365
31	85	88,69295063	0,164	88,85652
32	90	94,58812998	0,299	94,88751
33	90	88,76676189	0,031	88,79781
34	86	94,44050746	-0,103	94,33723
35	86	94,58812998	0,225	94,81331
36	100	94,58812998	-0,400	94,18812
37	90	94,44050746	0,424	94,86475
38	95	93,11693479	-0,358	92,75889
39	100	94,44050746	0,462	94,90212
Σ	3547	3547	0,000	3547,00000

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.

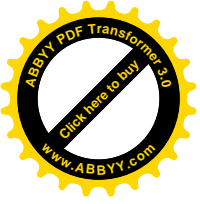
РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження

3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження

За формулою (3.19) отримаємо вектор вільних членів нормальних рівнянь

=МУМНОЖ(A46:AL54;AI2:AI39) F2, Ctrl+Shift+Enter (5.1)

$L' = X_T * Y_{СПТ}$
3547
17024,02956
17646,34822
13820,13702



16597,02697
17100,13176
17158,90684
16243,07218
17470,99462

Вектор
вільних
членів

Вектор коефіцієнтів математичної моделі ,побудованої
в даній монографії, отримаємо за формулою

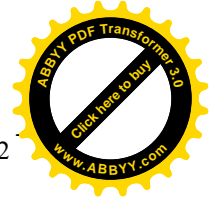
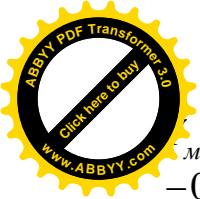
$$A' = QL', \quad (5.2)$$

І в нашому випадку

$$= \text{МУМНОЖ}(A68:I76;R68:R76) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter } (5.3)$$

A'=Q*L'	
51,418732	a0
5,483958	a1
5,397521	a2
-0,170100	a3
-0,572737	a4
-6,857786	a5
-0,075407	a6
2,738098	a7
2,672832	a8
Вектор коефіцієнтів	
зрівноваженої моделі	

Таким чином, на основі проведених нами досліджень,
отримана емпірична формула математичної моделі якості
базової дисципліни в рамках наукової школи



$$\begin{aligned} \text{моделі} \quad & ' = 51.418732X_0 + 5.483958X_1 + 5.397521X_2 \\ & - 0.170100X_3 - 0.572737X_4 - 6.857786X_5 - \\ & 0.075407X_6 + 2.738098X_7 + 2.672832X_8. \end{aligned} \quad (5.4)$$

3.6. Контроль зрівноваження

Перший контроль виконання процедури зрівноваження виконується за формулою

$$L' = N * A' \quad (6.1)$$

або для нашого розрахункового файла
 =МУМНОЖ(A57:I65;T68:T76) F2, Ctrl+Shift+Enter (6.2)

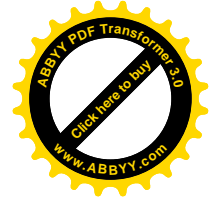
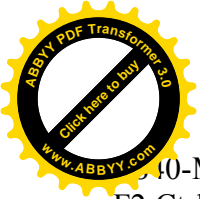
І в нашому випадку

L'=N*A'
3547,000
17024,030
17646,348
13820,137
16597,027
17100,132
17158,907
16243,072
17470,995
Контроль 1

Другий контроль процедури зрівноваження виконується за формулою

$$\begin{aligned} [YY] - a_0[Y] - a_1[YX_1] - a_2[YX_2] - a_3[YX_3] - a_4[YX_4] - & (6.3) \\ - a_5[YX_5] - a_6[YX_6] - a_7[YX_7] - a_8[YX_8] = [VV] \end{aligned}$$

У формулі (6.3) символом [] позначені суми за Гаусом. Розрахунок був проведений в MS Excel за формулою



0-МУМНОЖ(ТРАНСП(Т68:Т76);R68:R76))

$$F2, Ctrl+Shift+Enter \quad (6.4)$$

В чарунку S40 знаходилася сума квадратів [YY], в діапазоні (Т68:Т76) знаходилися значення $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$, в діапазоні (R68: R76) знаходилися вільні члени нормальних рівнянь.

В матричній формі запис формули контролю зрівноваження буде

$$|Y^T Y| - \ell K^T = |V^T V| \quad \dots \quad (6.5)$$

В нашому випадку отримали

$$\begin{aligned} |Y^T Y| - \ell K^T &= 6,7161969 \\ |V^T V| &= 6.7161969. \end{aligned}$$

Різниця між даними числами склала 0.00000001, що говорить про коректність процедури зрівноваження в цілому.

Третім контролем процедури зрівноваження був розрахунок за формулою

$$= \text{ЛИНЕЙН}(R2:R39; H2:P39; 1; 1) \quad F2, Ctrl+Shift+Enter. \quad (6.6)$$

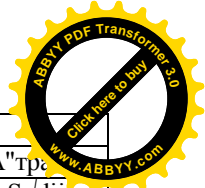
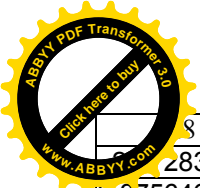
Діапазоном (R2:R39) відмічені екзаменаційні оцінки $Y_{сп}$, діапазоном (H2:P39) відмічені результати експертних оцінок студентів.

В строчці (1) приведені коефіцієнти моделі, які повністю співпадають з відповідними коефіцієнтами в отриманій нами формулі (3.24) математичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи.

В другій строчці приведені середні квадратичні похибки (стандарти) даних коефіцієнтів.

Як видно із табл.6.1, лише для коефіцієнтів $a_8, a_7, a_5, a_4, a_2, a_1$ і a_0 середні квадратичні похибки менші самих коефіцієнтів.

Таблиця 6.1. Другий контроль процедури зрівноваження



	ξ	a7	a6	a5		
283226	2,738098081	-0,07540726	-6,857785615	=ai	A"тр	
0,375646775	0,08557974	0,14144447	0,357294549	стандарт S	ai=S\sqrt{dii}	
0,989867005	0,4812411	#Н/Д	#Н/Д	R^2	μ	
354,1172039	29	#Н/Д	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1	
656,0885154	6,716196904	#Н/Д	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]	
a8	a7	a6	a5			

Продовження таблиці 6.1.

a4	a3	a2	a1	a0
-0,572737	-0,1701	5,39752143	5,483958	51,418732
0,180837	0,093417	0,55269932	0,304017	2,9513042
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д

Розраховуючи зрівноважені значення \tilde{Y} , отримали

Таблиця 6.2. Зрівноважені значення Y'

$Y'=X*A'$	$V=Y'-Y_{СПТ}$	VV
102,1012554	0,54912	0,301533
94,50063312	0,20331	0,041335
94,50063312	0,25280	0,063909
94,84083306	-0,42861	0,183704
88,65177785	0,00000	1,71E-24
95,41356973	-0,81246	0,660095
94,50063312	-0,73830	0,545085
95,01093303	-0,47409	0,224761
94,50063312	-0,16139	0,026046
82,35407032	-0,34046	0,115915
94,50063312	-0,35124	0,12337
80,05827437	-0,02061	0,000425
93,87919931	-0,74243	0,551197
94,84083306	-0,16291	0,026541
95,81620643	-0,09591	0,0092
95,24346976	-0,15809	0,024993
96,61729739	0,51562	0,265866
94,57604039	-0,39874	0,158996
81,22574992	0,50181	0,251813
94,84083306	0,41249	0,17015
94,50063312	-0,27127	0,07359



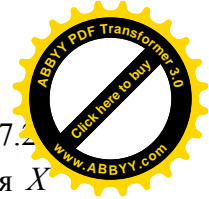
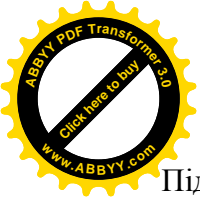
95,24346976	0,67005	0,448964
91,20636705	0,03876	0,001502
94,84083306	0,08069	0,006511
94,84083306	-0,20429	0,041735
95,24346976	0,14941	0,022322
94,84083306	0,13461	0,01812
94,50063312	1,19262	1,422354
94,84083306	0,09718	0,009444
89,01667514	0,16015	0,025649
94,84083306	-0,04668	0,002179
89,18677511	0,38897	0,151296
94,50063312	0,16341	0,026701
94,84083306	0,02752	0,000758
94,84083306	0,65271	0,426036
94,50063312	-0,36412	0,132582
92,74073747	-0,01815	0,000329
94,50063312	-0,40148	0,16119
3547	-1,37E-10	6,716197

3.7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} \quad (7.1)$$

У формулі (7.1) n - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n = 19$; $K = 9$. V - різниця між вирахованим значенням y' і вихідним значенням y_i



$$V_i = y'_i - y_i \quad \dots\dots (7.2)$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (5.4) значення X початкових рівнянь отримаємо розрахункові значення y' , які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень $Y_{істн.}$.

Середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами наших досліджень

$$\mu = \sqrt{(6,716197/9)} = 0,863854$$

Коваріаційна матриця $K=N^{-1}\mu^2$

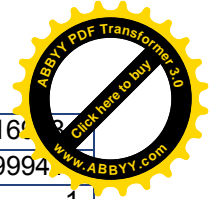
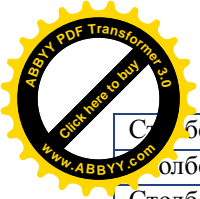
28,06618897	0,130069399	-4,376306958	0,073065
0,130069399	0,297818174	-0,090471755	0,014569
-4,376306958	-0,09047176	0,984313291	-0,03491
0,07306544	0,014569446	-0,034914397	0,028119
0,07272042	0,023908384	-0,029740305	-0,00368
0,229391337	-0,21252336	-0,10656948	0,002827
0,081774122	0,011033406	-0,006777319	0,00592
0,024801458	-0,00986312	0,013907417	-0,00506
-1,857147605	-0,05288362	0,136587194	-0,0164
X0	X1	X2	X3

Продовження коваріаційної матриці $K=N^{-1}\mu^2$

0,0727204	0,229391337	0,081774122	0,024801	-1,85715
0,0239084	-0,212523356	0,011033406	-0,00986	-0,05288
-0,02974	-0,10656948	-0,006777319	0,013907	0,136587
-0,003675	0,002826619	0,005919767	-0,00506	-0,0164
0,1053728	-0,079793877	0,015710137	0,009842	-0,05172
-0,079794	0,41134694	-0,002658376	-0,02847	-0,03211
0,0157101	-0,002658376	0,064465515	-0,02013	-0,08211
0,0098415	-0,028469138	-0,02013233	0,023599	0,010994
-0,05172	-0,032108733	-0,082112614	0,010994	0,454689
X4	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця факторних ознак R

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129



Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,216998446
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,099941
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці факторних ознак R

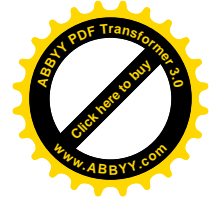
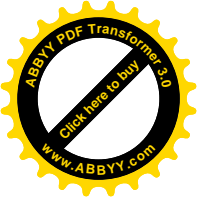
Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8
0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683
0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
1	0,306225931	0,486201	0,364366
0,306225931	1	0,631377	0,527649
0,486201157	0,631376931	1	0,330486
0,364366275	0,527648579	0,330486	1
X5	X6	X7	X8

Обернена кореляційна матриця $Z=1/R$

	1	2	3	4
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488
8	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці $Z=1/R$

5	6	7	8
-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604
-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221



0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873
-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813
3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092
-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744
-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115
-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603
X5	X6	X7	X8

Частинні коефіцієнти кореляції $r_{ij} = \frac{z_{ij}}{\sqrt{(z_{ii} * z_{jj})}}$

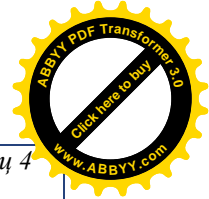
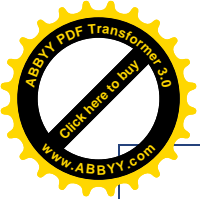
	1	2	3	4
1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616
2	-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345
3	0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці

$r_{ij} = \frac{z_{ij}}{\sqrt{(z_{ii} * z_{jj})}}$

-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371
-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167
0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424
-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961
-0,288949188	-0,51615674	1	0,10613
-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1
X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
 $R(Y_{\text{сповт.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

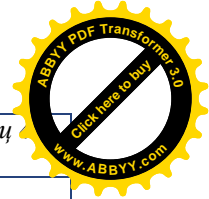
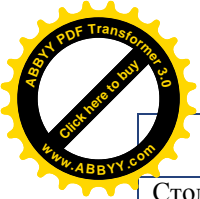


	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,566005136	1		
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1	
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	-0,035077255
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671
	1			

Продовження кореляційної матриці $R(Y_{\text{спов.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
1				
0,36039265	1			
-0,140922936	0,304486	1		
-0,107266457	0,483982	0,63073	1	
0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
X4	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
 $R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, Y'_{\text{зрівн.}})$



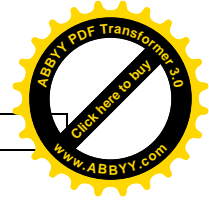
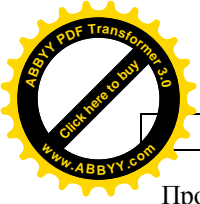
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,31835727	1		
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1	
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, Y'$ зрівн.)

	1			
0,306225931		1		
0,486201157	0,631377		1	
0,364366275	0,527649	0,330486		1
0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	
X5	X6	X7	X8	Y'зрівн.

Кореляційна матриця істинної моделі $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, Y_{\text{істн.}})$

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1	
Столбец 4	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1
Столбец 5	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282
Столбец 6	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226
Столбец 7	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455
Столбец 8	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639
Столбец 9	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513
Столбец 10	#ДЕЛ/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245



		X1	X2	X3
--	--	----	----	----

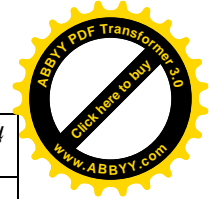
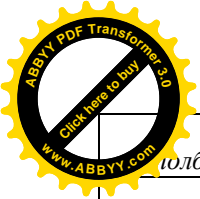
Продовження кореляційної матриці істинної моделі

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,365309	1				
-0,13643	0,306226	1			
-0,10078	0,486201	0,631377	1		
0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
X4	X5	X6	X7	X8	Үістн.

Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	1			
Столбец 3	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 4	0,323592401	#ДЕЛ/0!	1	
Столбец 5	0,103017993	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1
Столбец 6	0,027413357	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763
Столбец 7	-0,160412227	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446
Столбец 8	0,16061577	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044
Столбец 9	0,352719734	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127
Столбец 10	0,511634281	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219
	Үекзам.	X0	X1	X2

Продовження кореляційної матриці результатів екзамену



	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
	1					
0,099941282		1				
0,020248226	0,365309		1			
-0,026719455	-0,13643	0,306226		1		
0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377		1	
0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486		1
X3	X4	X5	X6	X7		X8

Оберненими вагами встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі будуть діагональні елементи оберненої матриці Q.

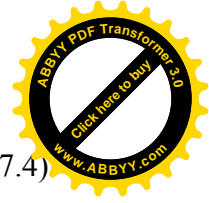
Середні квадратичні похибки коефіцієнтів розраховують за формулою

$$m_a = \mu \sqrt{Q_{I=J}}, \quad (7.3)$$

Таблиця 7.1. Обернені ваги встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі і їх середні квадратичні похибки

1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma	
37,60993	6,1326936	5,297753	a0
0,399089	0,6317353	0,545727	a1
1,319023	1,14848736	0,992126	a2
0,037681	0,19411615	0,167688	a3
0,141204	0,37577152	0,324612	a4
0,551223	0,74244396	0,641363	a5
0,086387	0,29391603	0,253901	a6
0,031624	0,17783132	0,15362	a7
0,609304	0,78057916	0,674307	a8

Значимість коефіцієнтів встановлюється за формулою



$$t_a = a / m_a ,$$

(7.4)

І в нашому випадку отримаємо

t=a/ma		
a0	9,705762	
a1	10,0489	Інтерес
a2	5,440361	Роб.викл.
a3	1,014383	Трудність
a4	1,764374	Наук.пош.
a5	10,69251	Зв'яз.спец
a6	0,296995	Моногр.1
a7	17,8238	Моногр.2
a8	3,963823	Наук.школ
	Значимість	

$t(0,05;30)=$	2,042272
---------------	----------

Для коефіцієнтів регресії $a_0, a_1, a_2, a_4, a_5, a_7, a_8$ $t > t(0,05;30)$, тобто коефіцієнти регресії статистично значимі, а значить і сама математична модель адекватно описує якість засвоєння дисципліни.

Коефіцієнти a_3, a_6 незначимі і їх можна виключити з розгляду.

Згідно таблиці 6.1 коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,9885511$, тобто маємо дуже тісну кореляцію з моделлю.

За критерієм Фішера-Снедекора ми отримали

$F_{0,05;8;29}$	2,278251
$F=356,405$	$F > F_{табл.}$

Оскільки $F > F(0.05;8;29)$, тобто $(295,2963 > 2,278)$, то згідно критерію Фішера з надійністю $P=0,95$ математичну модель



$$\begin{aligned} \text{моделі} \quad ' &= 51.418732X_0 + 5.483958X_1 + 5.397521X_2 \\ &- 0.170100X_3 - 0.572737X_4 - 6.857786X_5 - \\ &0.075407X_6 + 2.738098X_7 + 2.672832X_8. \end{aligned} \quad (5.4)$$

можна вважати адекватною експериментальним даним і на підставі прийнятої моделі можна проводити педагогічний аналіз.

Знайдемо значення оберненої ваги зрівноваженої функції $1/P_y'$ за Формулою

$$\frac{1}{P_\varphi} = \varphi Q \varphi^T \quad (7.5)$$

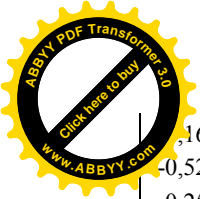
Для цього попередньо перемножимо матриці

$$Q' = XN^{-1}, \quad (7.6)$$

$$= \text{МУМНОЖ}(H2:P39;A68:I76) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter.} \quad (7.7)$$

Допоміжна матриця Q'

-0,5589	0,2841	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4619	-0,0133	0,0302	0,1049
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,04018	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
	-1,53E-							
5	14	-1	3,05E-16	-1,1E-14	2,37E-14	-3,4E-15	-1,3E-15	1,24E-14
-0,3495	-0,0201	0,0736	-0,0302	-0,1015	0,0854	-0,0248	-0,0011	0,0838
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,3499	-0,0076	0,08054	-0,072	0,0445	-0,0252	-0,0117	0,0188	0,0365
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,8020	-0,0168	0,1578	0,0130	0,0436	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
1,1387	-0,0198	0,0202	-0,0046	0,0077	-0,0325	-0,1940	0,0187	-0,0263
-0,7665	-0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0447	-0,1390	-0,0015	0,0118	0,1610
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,3490	-0,0326	0,0666	0,0123	-0,2476	0,1961	-0,0379	-0,0210	0,1311
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
-0,7332	-0,1149	0,2908	-0,0158	-0,0315	-0,1771	-0,0281	0,0434	0,1757



0,1658	0,0361	-0,0507	0,0322	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0000
-0,5278	0,0631	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1728	0,0447	-0,1190	0,0500
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
1,7221	-0,0308	0,0892	0,0128	0,0245	-0,0959	0,1088	-0,0028	-0,4482
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2305	-0,3482	0,0614	0,0207	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0415
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3285	-0,3677	0,1082	-0,0170	0,0027	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
2,1391	0,0507	-0,1094	-0,0083	-0,0322	0,1285	0,0852	-0,0158	-0,5254
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294

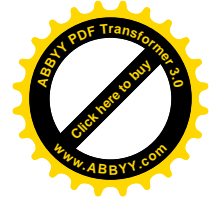
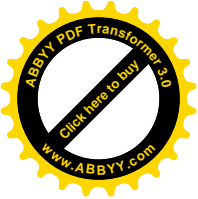
Обернену вагу $1/P_{\phi}$ знаходимо порядковим множенням $=\text{МУМНОЖ}(W2:AE2;A46:A54) F2, \text{Ctrl}+\text{Shift}+\text{Enter}$,

(7.8)

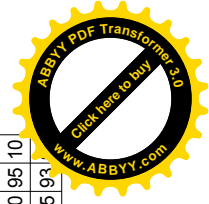
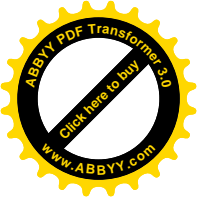
де першою строчкою (W2:AE2) буде перша строчка матриці Q', стовпчиком (A46:A54) ,буде перший стовпчик транспонованої матриці X^T .

Таблица 7.2. Обернені ваги зрівноваженої функції і її середні квадратичні похибки

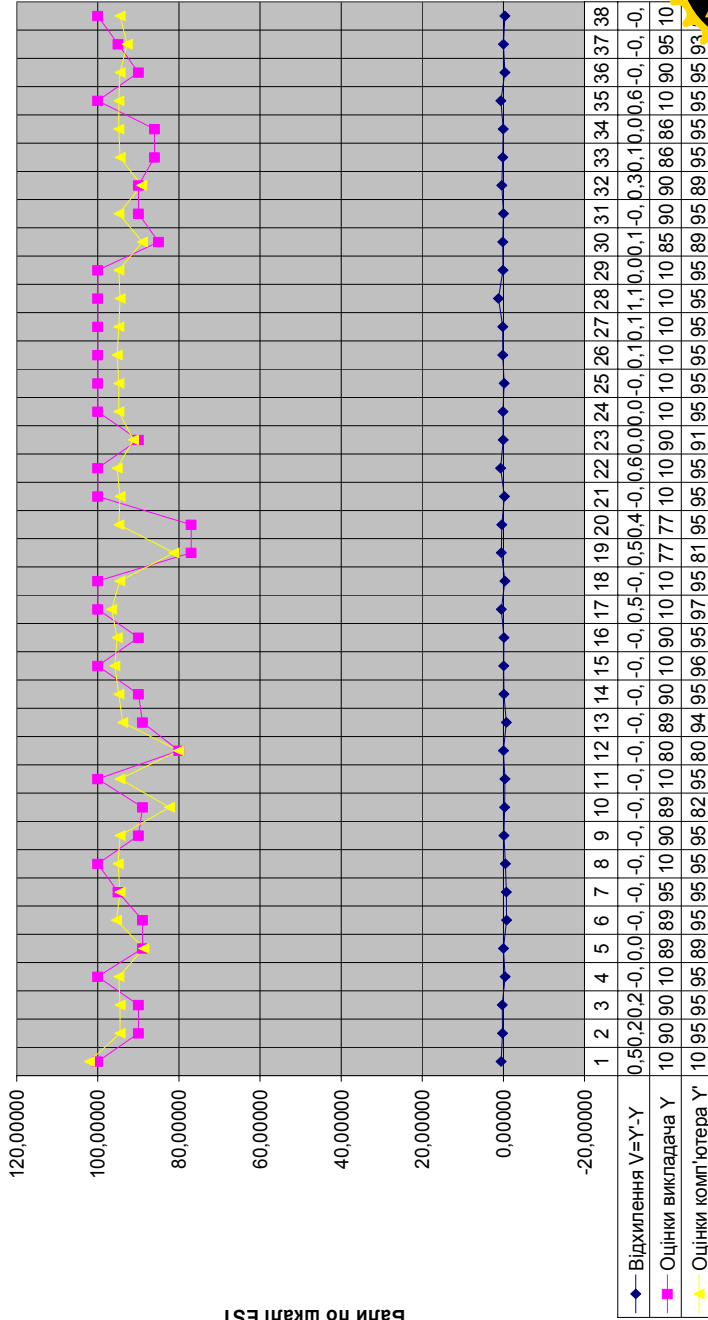
$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,60328
0,08594	0,293155	0,253244
0,08594	0,293155	0,253244
0,075925	0,275546	0,238031
1	1	0,863854
0,13783	0,371254	0,32071



0,08594	0,293155	0,253244
0,183961	0,428907	0,370513
0,08594	0,293155	0,253244
0,62038	0,787642	0,680408
0,08594	0,293155	0,253244
0,945212	0,97222	0,839857
0,263131	0,512963	0,443125
0,075925	0,275546	0,238031
0,469169	0,684959	0,591705
0,115006	0,339126	0,292955
0,318474	0,564335	0,487503
0,148166	0,384923	0,332517
0,569883	0,754906	0,652128
0,075925	0,275546	0,238031
0,08594	0,293155	0,253244
0,115006	0,339126	0,292955
0,550332	0,741844	0,640845
0,075925	0,275546	0,238031
0,075925	0,275546	0,238031
0,115006	0,339126	0,292955
0,075925	0,275546	0,238031
0,08594	0,293155	0,253244
0,075925	0,275546	0,238031
0,383167	0,619005	0,53473
0,075925	0,275546	0,238031
0,379526	0,616057	0,532183
0,08594	0,293155	0,253244
0,075925	0,275546	0,238031
0,075925	0,275546	0,238031
0,08594	0,293155	0,253244
0,579391	0,761177	0,657546
0,08594	0,293155	0,253244

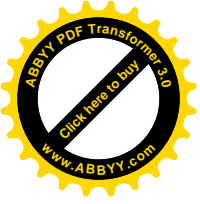


Екзаменаційні оцінки

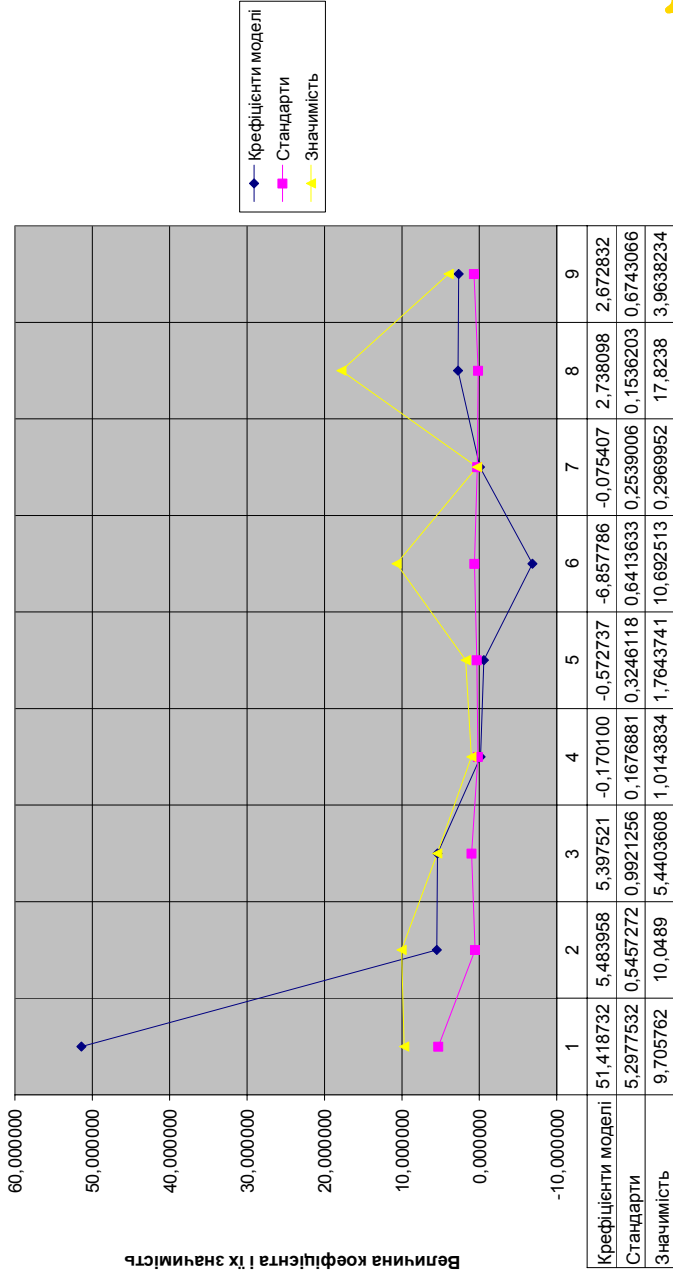


Бали по шкалі EST

Порядковий номер студента



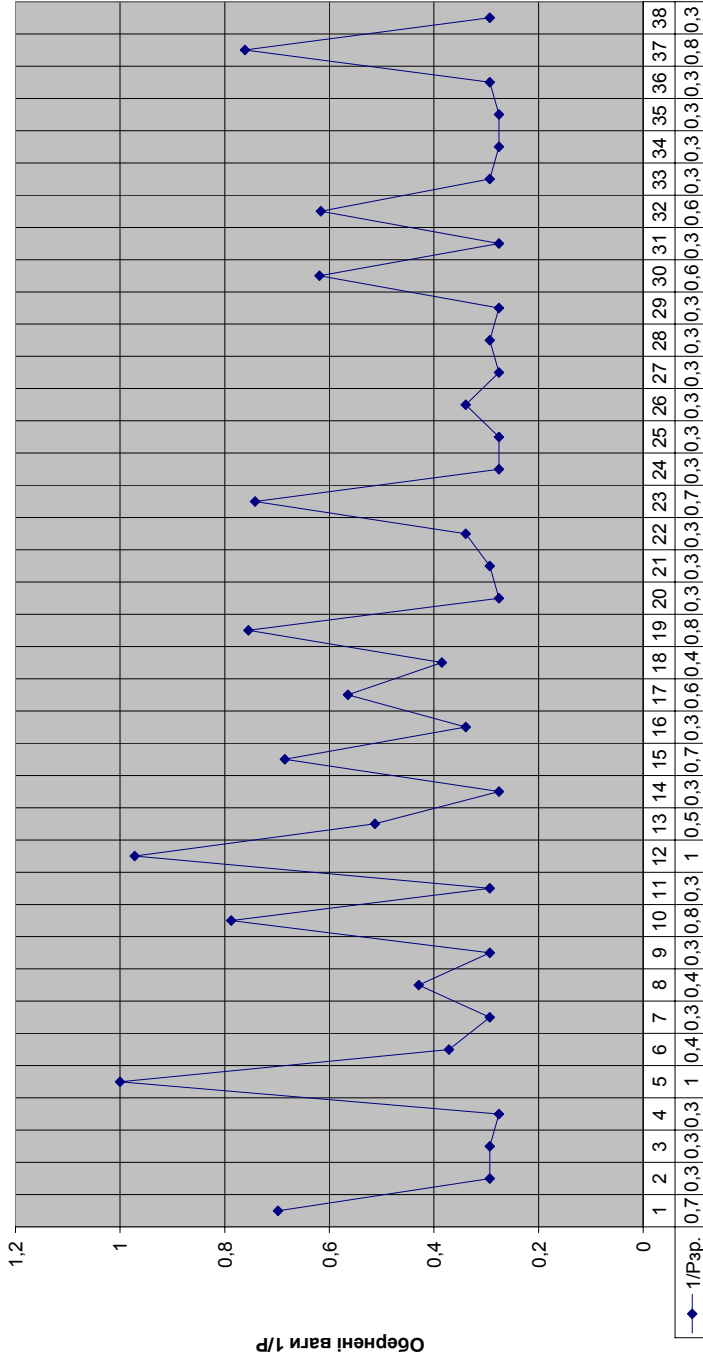
Коефіцієнти моделі і їх значимість

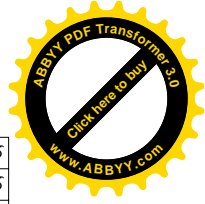


Номера коефіцієнтів

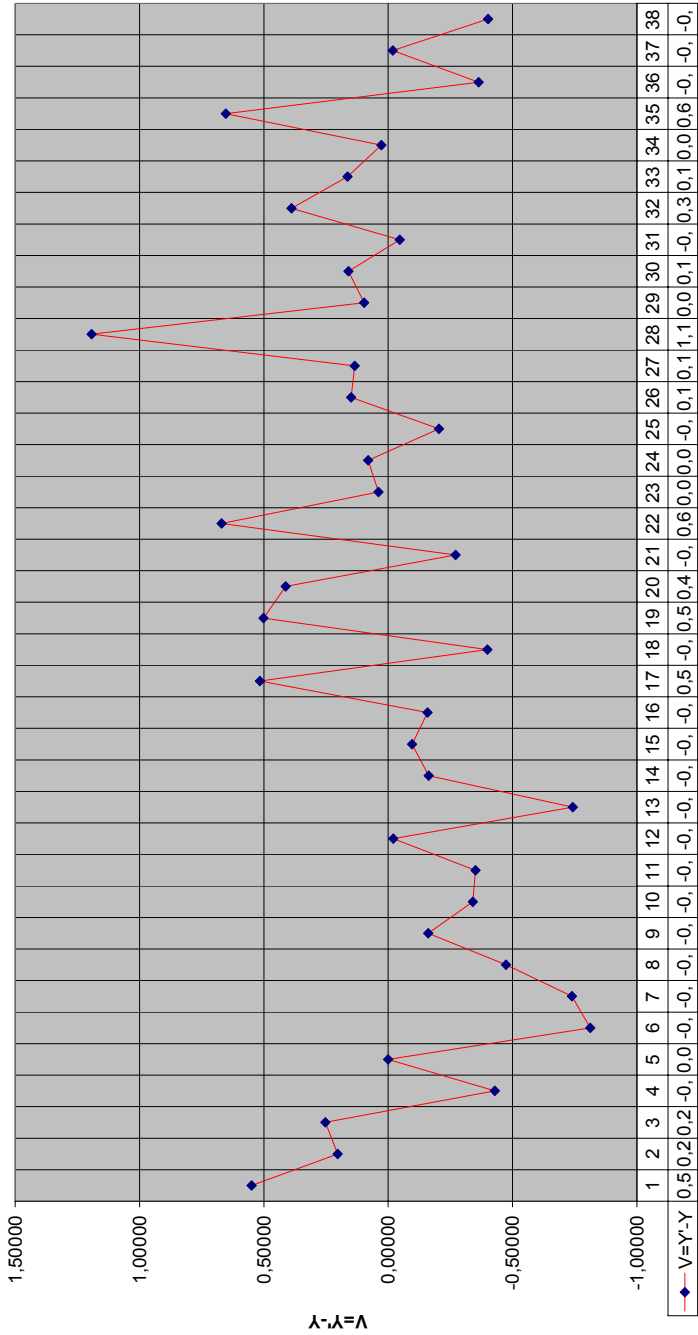


Обернені ваги

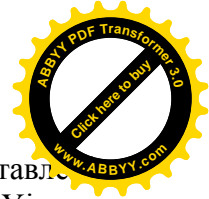
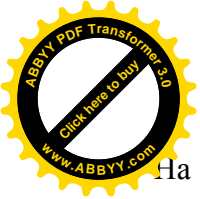




V=Y-Y



Нестудента по списку



На першій діаграмі «Істинна модель» (стор.29) представлені екзаменаційні оцінки істинної математичної моделі $Y_{істн.}$, розробленої Р.М.Літнарівичем і приведеної значеннями « Y ». Крім того, на діаграмі представлені експертні оцінки $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$ факторної множинної регресії.

На другій діаграмі (с.52) приведені значення « $U_{істн.}$ » (лівий стовпчик) і « $U_{спотв.}$ » - оцінки спотвореної моделі (правий стовпчик), побудованої автором даної монографії.

На третій діаграмі проілюстровані оцінки викладача Y і комп'ютера Y' , а також їх відхилення V .

На четвертій діаграмі «Коефіцієнти моделі і їх значимість» дана графічна інтерпретація коефіцієнтів побудованої в даній монографії математичній моделі, їх стандартні похибки і статистична значимість коефіцієнтів.

На п'ятій діаграмі представлені обернені ваги зрівноваженої функції.

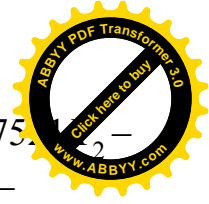
На шостій діаграмі проілюстровані абсолютні відхилення зрівноваженої моделі від істинної.

Сьома діаграма ілюструє порівняльний аналіз похибок зрівноваженої математичної моделі.

Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності екзаменаційних оцінок і функціональних ознак результатів анкетування студентів, які отримали ту чи іншу оцінку.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула



$$Y_{\text{моделі}}' = 51.418732X_0 + 5.483958X_1 + 5.3975X_2 - 0.170100X_3 - 0.572737X_4 - 6.857786X_5 - 0.075407X_6 + 2.738098X_7 + 2.672832X_8. \quad (5.4)$$

залежності екзаменаційних оцінок Y' і факторних ознак X_i .

5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає $\mu = 0,863854$ бала.

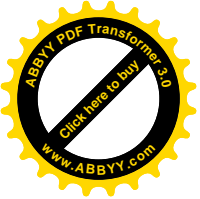
Середні квадратичні похибки виведених нами коефіцієнтів

5,297753	ma0
0,545727	ma1
0,992126	ma2
0,167688	ma3
0,324612	ma4
0,641363	ma5
0,253901	ma6
0,15362	ma7
0,674307	ma8

Статистична значимість встановлених нами коефіцієнтів

t=a/ma	
9,705762	
10,0489	Інтерес
5,440361	Роб.викл.
1,014383	Трудність
1,764374	Наук.пош.
10,69251	Зв'яз.спец
0,296995	Моногр.1
17,8238	Моногр.2
3,963823	Наук.школ

6. Встановлені середні квадратичні похибки

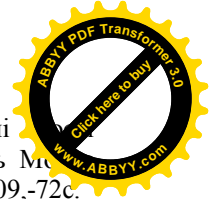
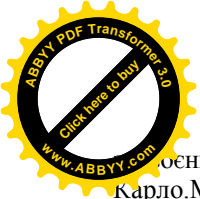


зрівноваженої функції m_{ϕ} .

7. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
8. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
9. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в педагогіці.

Літературні джерела

1. Андрощук Л.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ППП 81 95.МЕГУ, Рівне, 2009, -44 с.
2. Літнарівич Р.М. Теоретико-методологічні аспекти і базові принципи функціонування наукової школи в рамках професійної освіти. Монографія. МЕГУ, Рівне,- 383 с.
3. Літнарівич Р.М. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня. МЕГУ, Рівне, 2009, -32с.
4. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Частина 4. МЕГУ, Рівне, 2006, -17с.
5. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневою функцією. Частина 5. МЕГУ, Рівне, 2006, - 17с.
6. Літнарівич Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Ч.1.МЕГУ, Рівне,2006,-45с.
- 7.Максименко С.Д., Е.Л. Носенко Експериментальна Психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник -К.: МАУП, 2004, -128 с.

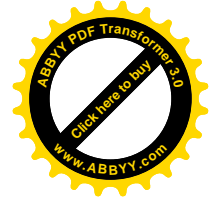
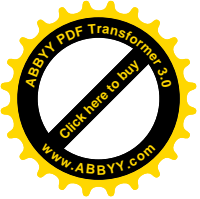


Якимчук А.Й. Побудова і дослідження математичної моделі оцінювання базової дисципліни методом статистичних випробувань М. Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ДА-50. МEGУ, Рівне, 2009, -72с.

Додатки

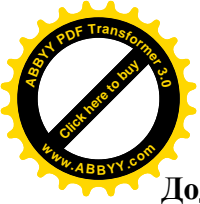
Додаток 1. Генерування псевдовипадкових чисел, підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

		$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}$		$\Delta_i'^2$	$\Delta_i = k * \Delta'_i$	Δ_i^2
$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$	$\xi_{\text{середн.}}$					
2	0,02362	0,111	-0,087	0,008	-0,908	0,824
3	0,09681	0,111	-0,014	0,000	-0,143	0,021
4	0,09207	0,111	-0,018	0,000	-0,193	0,037
5	0,17576	0,111	0,065	0,004	0,681	0,464
6	0,07718	0,111	-0,033	0,001	-0,348	0,121
7	0,17476	0,111	0,064	0,004	0,671	0,450
8	0,18697	0,111	0,076	0,006	0,798	0,637
9	0,18933	0,111	0,079	0,006	0,823	0,677
10	0,13173	0,111	0,021	0,000	0,222	0,049
11	0,09867	0,111	-0,012	0,000	-0,124	0,015
12	0,14991	0,111	0,039	0,002	0,411	0,169
13	0,09945	0,111	-0,011	0,000	-0,116	0,013
14	0,15790	0,111	0,047	0,002	0,495	0,245
15	0,15032	0,111	0,040	0,002	0,416	0,173
16	0,05918	0,111	-0,051	0,003	-0,536	0,288
17	0,10288	0,111	-0,008	0,000	-0,080	0,006
18	0,05207	0,111	-0,058	0,003	-0,610	0,373
19	0,16523	0,111	0,055	0,003	0,571	0,326
20	0,02432	0,111	-0,086	0,007	-0,900	0,810
21	0,09522	0,111	-0,015	0,000	-0,160	0,026
22	0,14225	0,111	0,032	0,001	0,331	0,110
23	0,02359	0,111	-0,087	0,008	-0,908	0,824
24	0,06064	0,111	-0,050	0,002	-0,521	0,271
25	0,12699	0,111	0,016	0,000	0,172	0,030
26	0,15428	0,111	0,044	0,002	0,457	0,209
27	0,07344	0,111	-0,037	0,001	-0,387	0,150
28	0,12183	0,111	0,011	0,000	0,118	0,014
29	0,00208	0,111	-0,108	0,012	-1,132	1,283
30	0,12541	0,111	0,015	0,000	0,156	0,024
31	0,12618	0,111	0,016	0,000	0,164	0,027
32	0,13919	0,111	0,029	0,001	0,299	0,090
33	0,11349	0,111	0,003	0,000	0,031	0,001
34	0,10063	0,111	-0,010	0,000	-0,103	0,011
35	0,13208	0,111	0,022	0,000	0,225	0,051
36	0,07222	0,111	-0,038	0,001	-0,400	0,160
37	0,15114	0,111	0,041	0,002	0,424	0,180
38	0,07624	0,111	-0,034	0,001	-0,358	0,128
39	0,15472	0,111	0,044	0,002	0,462	0,213
40	4,200	4,200	0,000	0,087	0,00	9,500
40	A	B	C	D	E	F



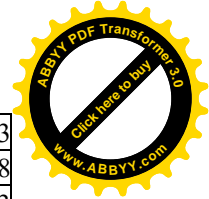
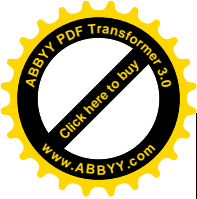
Додаток 2. Побудова спотвореної моделі

№	G	$\Delta i = k * \Delta_i'$	R
1	Yict.=X*A		Ycp.=Yict+Δi
2	102,4597125	-0,908	101,55214
3	94,44050746	-0,143	94,29732
4	94,44050746	-0,193	94,24783
5	94,58812998	0,681	95,26944
6	89	-0,348	88,65178
7	95,55514436	0,671	96,22603
8	94,44050746	0,798	95,23893
9	94,66194123	0,823	95,48502
10	94,44050746	0,222	94,66202
11	82,81828264	-0,124	82,69453
12	94,44050746	0,411	94,85187
13	80,19449082	-0,116	80,07889
14	94,12678395	0,495	94,62163
15	94,58812998	0,416	95,00375
16	96,44834749	-0,536	95,91212
17	95,48133311	-0,080	95,40156
18	96,71215568	-0,610	96,10168
19	94,40339101	0,571	94,97478
20	81,62415487	-0,900	80,72394
21	94,58812998	-0,160	94,42834
22	94,44050746	0,331	94,77191
23	95,48133311	-0,908	94,57342
24	91,68857438	-0,521	91,16761
25	94,58812998	0,172	94,76014
26	94,58812998	0,457	95,04512
27	95,48133311	-0,387	95,09406
28	94,58812998	0,118	94,70622
29	94,44050746	-1,132	93,30801
30	94,58812998	0,156	94,74365
31	88,69295063	0,164	88,85652
32	94,58812998	0,299	94,88751
33	88,76676189	0,031	88,79781
34	94,44050746	-0,103	94,33723
35	94,58812998	0,225	94,81331
36	94,58812998	-0,400	94,18812
37	94,44050746	0,424	94,86475
38	93,11693479	-0,358	92,75889
39	94,44050746	0,462	94,90212
40	3547	0,00	3547,00000



Додаток 3. Матриця коефіцієнтів початкових рівнянь

1	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5



0,09744857	0,032038288	-0,03985332	-0,00493
0,307394507	-0,28479067	-0,142807802	0,003788
0,109580929	0,014785251	-0,009081906	0,007933
0,033235048	-0,01321701	0,018636552	-0,00678
-2,488659681	-0,07086638	0,183032862	-0,02198

Продовження матриці $Q=N^{-1}$

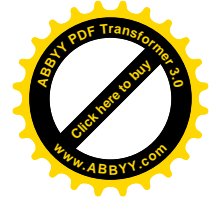
0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Додаток 7. Вектор вільних членів

$L'=X_T \cdot Y_{спт.}$
3547
17024,02956
17646,34822
13820,13702
16597,02697
17100,13176
17158,90684
16243,07218
17470,99462

Додаток 8. Коефіцієнти математичної моделі

$A'=Q \cdot L'$	
51,418732	a0
5,483958	a1
5,397521	a2
-0,170100	a3



-0,572737	a4
-6,857786	a5
-0,075407	a6
2,738098	a7
2,672832	a8

Додаток 9. Нами отримана емпірична формула якості засвоєння навчального матеріалу

$$Y_{\text{моделі}}' = 51,418732X_0 + 5.483958X_1 + 5.397521X_2 - 0.170100X_3 - 0.572737X_4 - 6.857786X_5 - 0.075407X_6 + 2.738098X_7 + 2.672832X_8.$$

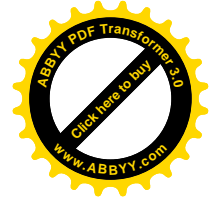
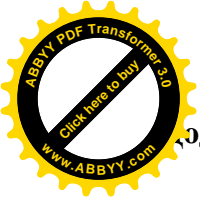
Додаток 10. Контроль зрівноваження

L'=N*A'
3547,000
17024,030
17646,348
13820,137
16597,027
17100,132
17158,907
16243,072
17470,995

	[YY]-L'A'TM=	6,7161969
Контроль2	[VV]=	6,7161969

ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ МНОЖИННОЇ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ

a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0		
2,67283226	2,738098081	-0,07540726	-6,857785615	-0,572737	-0,1701	5,39752143	5,483958	51,418732	=ai	A ⁿ Траєкт
0,375646775	0,08557974	0,14144447	0,357294549	0,180837	0,093417	0,55269932	0,304017	2,9513042	стандарт S	ai=S\di
0,989867005	0,4812411	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	R ²	μ
354,1172039	29	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	Факторний	n-m-1
656,0885154	6,716196904	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	[(Y-Ycp) ²]	[VV]

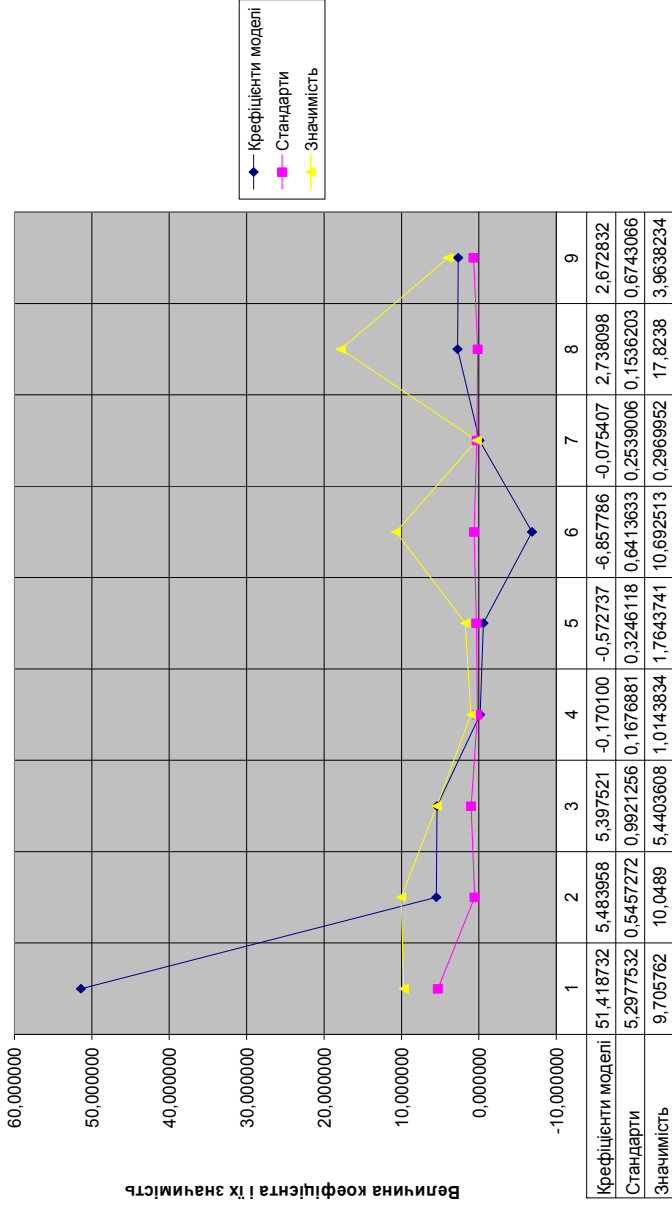


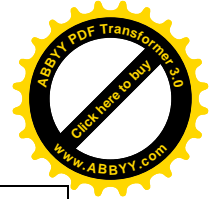
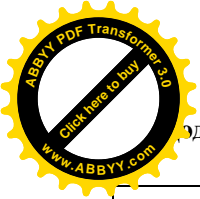
Додаток 11. Результати зрівноваження

$Y'=X*A'$	$V=Y'-Y_{спт}$	VV
102,1012554	0,54912	0,301533
94,50063312	0,20331	0,041335
94,50063312	0,25280	0,063909
94,84083306	-0,42861	0,183704
88,65177785	0,00000	1,71E-24
95,41356973	-0,81246	0,660095
94,50063312	-0,73830	0,545085
95,01093303	-0,47409	0,224761
94,50063312	-0,16139	0,026046
82,35407032	-0,34046	0,115915
94,50063312	-0,35124	0,12337
80,05827437	-0,02061	0,000425
93,87919931	-0,74243	0,551197
94,84083306	-0,16291	0,026541
95,81620643	-0,09591	0,0092
95,24346976	-0,15809	0,024993
96,61729739	0,51562	0,265866
94,57604039	-0,39874	0,158996
81,22574992	0,50181	0,251813
94,84083306	0,41249	0,17015
94,50063312	-0,27127	0,07359
95,24346976	0,67005	0,448964
91,20636705	0,03876	0,001502
94,84083306	0,08069	0,006511
94,84083306	-0,20429	0,041735
95,24346976	0,14941	0,022322
94,84083306	0,13461	0,01812
94,50063312	1,19262	1,422354
94,84083306	0,09718	0,009444
89,01667514	0,16015	0,025649
94,84083306	-0,04668	0,002179
89,18677511	0,38897	0,151296
94,50063312	0,16341	0,026701
94,84083306	0,02752	0,000758
94,84083306	0,65271	0,426036
94,50063312	-0,36412	0,132582
92,74073747	-0,01815	0,000329
94,50063312	-0,40148	0,16119
3547	-1,37E-10	6,716197

Додаток 12. Істинні і абсолютні похибки моделі

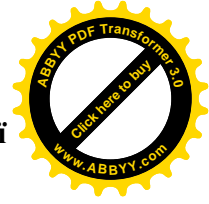
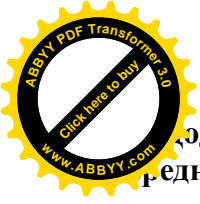
Коефіцієнти моделі і їх значимість





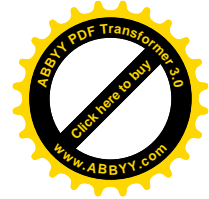
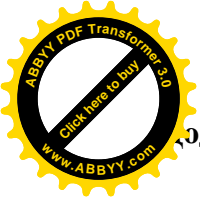
Додаток 13. Допоміжна матриця $Q'=XN^{-1}$

-0,5589	0,2841	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4619	-0,0133	0,0302	0,1049
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,04018	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
5	-1,53E-14	-1	3,05E-16	-1,1E-14	2,37E-14	-3,4E-15	-1,3E-15	1,24E-14
-0,3495	-0,0201	0,0736	-0,0302	-0,1015	0,0854	-0,0248	-0,0011	0,0838
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,3499	-0,0076	0,08054	-0,072	0,0445	-0,0252	-0,0117	0,0188	0,0365
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,8020	-0,0168	0,1578	0,0130	0,0436	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
1,1387	-0,0198	0,0202	-0,0046	0,0077	-0,0325	-0,1940	0,0187	-0,0263
-0,7665	-0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0447	-0,1390	-0,0015	0,0118	0,1610
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,3490	-0,0326	0,0666	0,0123	-0,2476	0,1961	-0,0379	-0,0210	0,1311
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
-0,7332	-0,1149	0,2908	-0,0158	-0,0315	-0,1771	-0,0281	0,0434	0,1757
-0,1658	0,0361	-0,0507	0,0322	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0806
-0,5278	0,0631	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1728	0,0447	-0,1190	0,0509
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
1,7221	-0,0308	0,0892	0,0128	0,0245	-0,0959	0,1088	-0,0028	-0,4482
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2305	-0,3482	0,0614	0,0207	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0415
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3285	-0,3677	0,1082	-0,0170	0,0027	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
2,1391	0,0507	-0,1094	-0,0083	-0,0322	0,1285	0,0852	-0,0158	-0,5254
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294



Додаток 14. Обернені ваги зрівноваженої функції і її
середні квадратичні похибки

$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,60328
0,08594	0,293155	0,253244
0,08594	0,293155	0,253244
0,075925	0,275546	0,238031
1	1	0,863854
0,13783	0,371254	0,32071
0,08594	0,293155	0,253244
0,183961	0,428907	0,370513
0,08594	0,293155	0,253244
0,62038	0,787642	0,680408
0,08594	0,293155	0,253244
0,945212	0,97222	0,839857
0,263131	0,512963	0,443125
0,075925	0,275546	0,238031
0,469169	0,684959	0,591705
0,115006	0,339126	0,292955
0,318474	0,564335	0,487503
0,148166	0,384923	0,332517
0,569883	0,754906	0,652128
0,075925	0,275546	0,238031
0,08594	0,293155	0,253244
0,115006	0,339126	0,292955
0,550332	0,741844	0,640845
0,075925	0,275546	0,238031
0,075925	0,275546	0,238031
0,115006	0,339126	0,292955
0,075925	0,275546	0,238031
0,08594	0,293155	0,253244
0,075925	0,275546	0,238031
0,383167	0,619005	0,53473
0,075925	0,275546	0,238031
0,379526	0,616057	0,532183
0,08594	0,293155	0,253244
0,075925	0,275546	0,238031
0,075925	0,275546	0,238031
0,08594	0,293155	0,253244
0,579391	0,761177	0,657546
0,08594	0,293155	0,60328



Додаток 15. Оцінка точності коефіцієнтів моделі

1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma
37,60993	6,1326936	5,297753
0,399089	0,6317353	0,545727
1,319023	1,14848736	0,992126
0,037681	0,19411615	0,167688
0,141204	0,37577152	0,324612
0,551223	0,74244396	0,641363
0,086387	0,29391603	0,253901
0,031624	0,17783132	0,15362
0,609304	0,78057916	0,674307

Додаток 16. Статистична значущість коефіцієнтів моделі

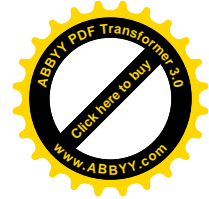
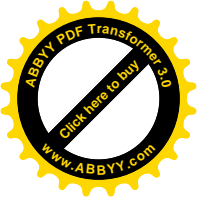
t=a/ma	
9,705762	
10,0489	Інтерес
5,440361	Роб.викл.
1,014383	Трудність
1,764374	Наук.пош.
10,69251	Зв'яз.спец
0,296995	Моногр.1
17,8238	Моногр.2
3,963823	Наук.школ

Додаток 17. Статистичні характеристики коефіцієнтів моделі



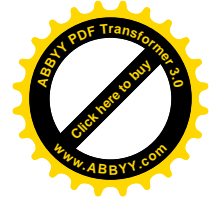
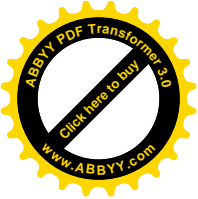
<i>Столбец1</i>	<i>Y'</i>
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,638385
Медиана	94,46056
Мода	94,46056
Стандартное отклонение	3,935271
Дисперсия выборки	15,48636
Эксцесс	4,247301
Асимметричность	-1,76384
Интервал	21,382
Минимум	80,67039
Максимум	102,0524
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,0524
Наименьший(1)	80,67039
Уровень надежности(95,0%)	1,293491

<i>Столбец1</i>	<i>Услотв.</i>
Среднее	93,34210526
Стандартная ошибка	0,67809203
Медиана	94,32428108
Мода	#Н/Д
Стандартное отклонение	4,180040004
Дисперсия выборки	17,47273444
Эксцесс	4,319111163
Асимметричность	-1,738146522
Интервал	22,87013464
Минимум	79,55525088
Максимум	102,4253855
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,4253855
Наименьший(1)	79,55525088
Уровень надежности(95,0%)	1,37394495



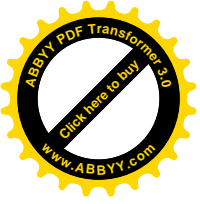
<i>Столбец2</i>	<i>X1</i>
Среднее	4,789473684
Стандартная ошибка	0,067022583
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,41315495
Дисперсия выборки	0,170697013
Эксцесс	0,195277778
Асимметричность	-1,479132976
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	182
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,135800652

<i>Столбец3</i>	<i>X2</i>
Среднее	4,973684
Стандартная ошибка	0,026316
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,162221
Дисперсия выборки	0,026316
Эксцесс	38
Асимметричность	-6,164414
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	189
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,053321



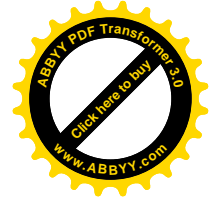
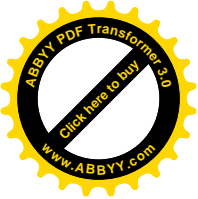
<i>Столбец 4</i>	<i>X3</i>
Среднее	3,894737
Стандартная ошибка	0,145044
Медиана	4
Мода	3
Стандартное отклонение	0,894109
Дисперсия выборки	0,799431
Эксцесс	-1,28133
Асимметричность	-0,024544
Интервал	3
Минимум	2
Максимум	5
Сумма	148
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	2
Уровень надежности(95,0%)	0,293886

<i>Столбец5</i>	<i>X4</i>
Среднее	4,684211
Стандартная ошибка	0,085218
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,525319
Дисперсия выборки	0,27596
Эксцесс	1,126072
Асимметричность	-1,40317
Интервал	2
Минимум	3
Максимум	5
Сумма	178
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	3
Уровень надежности(95,0%)	0,172668



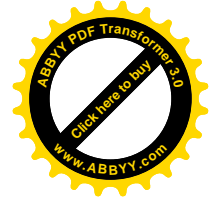
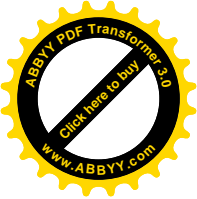
<i>Столбец6</i>	<i>X5</i>
Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,06373
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,392859
Дисперсия выборки	0,154339
Экссесс	0,925609
Асимметричность	-1,69696
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	183
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,12913

<i>Столбец7</i>	<i>X6</i>
Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,135227
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,833594
Дисперсия выборки	0,694879
Экссесс	32,21157
Асимметричность	-5,5434
Интервал	5
Минимум	0
Максимум	5
Сумма	183
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0
Уровень надежности(95,0%)	0,273996

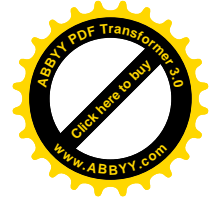
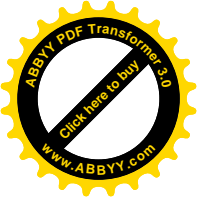


<i>Столбец8</i>	<i>X7</i>
Среднее	4,526316
Стандартная ошибка	0,222289
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	1,37028
Дисперсия выборки	1,877667
Экссесс	8,110829
Асимметричность	-3,0518
Интервал	5
Минимум	0
Максимум	5
Сумма	172
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0
Уровень надежности(95,0%)	0,4504

<i>Столбец9</i>	<i>X8</i>
Среднее	4,921053
Стандартная ошибка	0,044331
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,273276
Дисперсия выборки	0,07468
Экссесс	9,054512
Асимметричность	-3,25271
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	187
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,089824

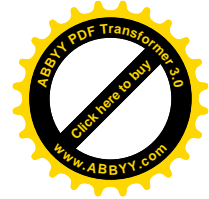
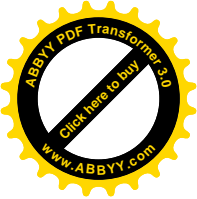


Коваріаційна матриця		K=N ⁻¹ ,μ ²							
28,06618897	0,130069399	-4,376306958	0,073065	0,0727204	0,229391337	0,081774122	0,024801	-1,85715	
0,130069399	0,297818174	-0,090471755	0,014569	0,0239084	-0,212523356	0,011033406	-0,00986	-0,05288	
-4,376306958	0,09047176	0,984313291	-0,03491	-0,02974	-0,10656948	-0,006777319	0,013907	0,136587	
0,07306544	0,014569446	-0,034914397	0,028119	-0,003675	0,002826619	0,005919767	-0,00506	-0,0164	
0,07272042	0,023908384	-0,029740305	-0,00368	0,1053728	-0,079793877	0,015710137	0,009842	-0,05172	
0,229391337	-0,21252336	-0,10656948	0,002827	-0,079794	0,41134694	-0,002658376	-0,02847	-0,03211	
0,081774122	0,011033406	-0,006777319	0,00592	0,0157101	-0,002658376	0,064465515	-0,02013	-0,08211	
0,024801458	-0,009886312	0,013907417	-0,00506	0,0098415	-0,028469138	-0,02013233	0,023599	0,010994	
-1,857147605	-0,05288362	0,136587194	-0,0164	-0,05172	-0,032108733	-0,082112614	0,010994	0,454689	
X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	

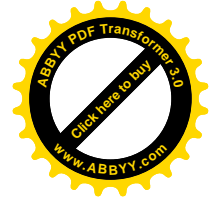
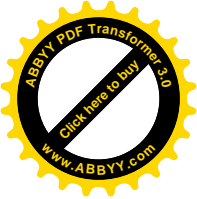


Кореляційна матриця факторних ознак R

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129	0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984	0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,09999413	0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1	0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088	1	0,306225931	0,486201	0,364366
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432	0,306225931	1	0,631377	0,527649
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782	0,486201157	0,631376931	1	0,330486
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753	0,364366275	0,527648579	0,330486	1
X1		X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8

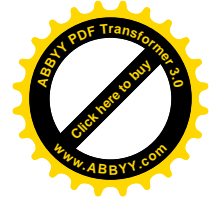
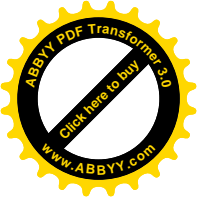


Обернена кореляційна матриця $Z=1/R$								
	1	2	3	4	5	6	7	8
	1							
	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807	-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604
	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566	-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221
	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592	0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873
	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696	-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813
	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649	3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092
	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975	-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744
	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488	-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115
	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132	-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603
X1		X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8



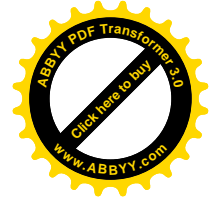
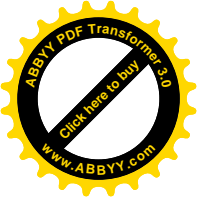
Частинні коефіцієнти кореляції $r_{ij} = z_{ij}/\sqrt{(z_{ii} \cdot z_{jj})}$							
	2	3	4	5	6	7	8
1							
	-0,167097804	0,159208	0,1349616	-0,607193246	0,07962882	-0,11765	-0,14371
-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345	-0,167479647	-0,02690466	0,09125	0,204167
0,15920816		1	-0,06752	0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
0,134961625			1	-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
-0,60719325				1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424
0,07962882					1	-0,51616	-0,47961
-0,11764947						1	0,10613
-0,14371038							1
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту R(У,Х1,Х2,Х3,Х4,Х5,Х6,Х7,Х8) (Успов.)									
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
Столбец 1	1								
Столбец 2	0,566005136	1							
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1						
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1					
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175	1				
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239	0,36039265	1			
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	-0,035077255	-0,140922936	0,304486	1		
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082	-0,107266457	0,483982	0,63073	1	
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671	0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
Успов.	Х1	Х2	Х3	Х4	Х5	Х6	Х7	Х8	

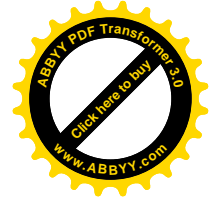
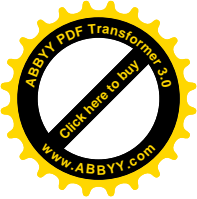


Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту R(YX1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X8, X8, Y зрівнов.)

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
Столбец 1	1								
Столбец 2	0,31835727	1							
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1						
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1					
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801	1				
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967	0,306225931	1			
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854	0,486201157	0,631377	1		
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279	0,364366275	0,527649	0,330486	1	
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865	0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Y зрівнов.



Кореляційна матриця істинної моделі R(X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,X9,Үістн.)									
	Столбец1	Столбец2	Столбец3	Столбец4	Столбец5	Столбец6	Столбец7	Столбец8	Столбец10
Столбец1	1								
Столбец2	#ДЕЛ/0!	1							
Столбец3	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1						
Столбец4	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1					
Столбец5	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282	1				
Столбец6	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226	0,365309	1			
Столбец7	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
Столбец8	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
Столбец9	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
Столбец10	#ДЕЛ/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245	-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
									Үістн.



Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец1	Столбец2	Столбец3	Столбец4	Столбец5	Столбец6	Столбец7	Столбец8	Столбец9	Столбец10
Столбец1	1									
Столбец2	#ДЕЛ/0!	1								
Столбец3	0,323592401	#ДЕЛ/0!	1							
Столбец4	0,103017993	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1						
Столбец5	0,027413357	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1					
Столбец6	-0,160412227	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282	1				
Столбец7	0,16061577	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226	0,365309	1			
Столбец8	0,352719734	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
Столбец9	0,511634281	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
Столбец10	0,211627189	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
Указам.	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	



Росоха Сергій Михайлович

спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних технологій

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М – 19

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft®Office® Word 2007 С. М. Росоха.
Науковий керівник Р. М. Літнарівч, доцент, кандидат
технічних наук**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім. акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027,м.Рівне,Україна
Вул.акад. С.Дем'янчука,4, корпус 1
Телефон:(+00380) 362 23-73-09
Факс:(+00380) 362 23-01-86
E-mail:mail@regi.rovno.ua**